

Hochschule Flensburg

Mathematik-Vorbereitungskurs für Ingenieurstudierende

Valentina Kluge



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern



Übersicht

1. Rechengesetze
2. **Elementare Gleichungen**
3. Anordnung und Betrag
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. Funktionen
11. Ungleichungen
12. Elementargeometrie
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Elementare Gleichungen

Definition

Eine Gleichung, in der die Unbekannte (z.B. x, y, z) nur **mit Zahlen** multipliziert und addiert wird, und **nicht mit sich selbst** heißt **lineare Gleichung mit einer Unbekannten**.

Ist die Gleichung linear?

a. $4x - 7 = 9$ ✓

b. $\frac{x}{-11} + 5a - 3 = x$, $a \in \mathbb{R}$ $-\frac{1}{11} \cdot x + 5a - 3 = x$ ✓

c. $7 + x \cdot x = 3$ ✗

d. $x(3 + 2x) = 4$ ✗



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Elementare Gleichungen

Äquivalente Umformungen

Die Lösungsmenge einer Gleichung bleibt unverändert, wenn folgende Rechenoperationen durchgeführt werden:

1. **Addition** der gleichen Zahl auf **beiden Seiten** der Gleichung
2. **Multiplikation beider Seiten** der Gleichung mit einer Zahl **ungleich Null**

Für eine umgeformte Gleichung der Art $a \cdot x = b$ gibt folgende drei Lösungsmöglichkeiten:

1. $a \neq 0 \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ ist die einzige Lösung.
2. $a = 0; b \neq 0 \Rightarrow 0 \cdot x = b \neq 0$, d.h. es gibt keine Lösung.
3. $a = 0; b = 0 \Rightarrow 0 \cdot x = 0$, d.h. es gibt unendlich viele Lösungen.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Eindeutige Lösung

Lösen Sie die folgende Gleichung:

$$2 \cdot (x + 3) = x - (1 + 3x)$$

$$2x + 6 = x - 1 - 3x$$

$$2x + 6 = -2x - 1$$

$$4x + 6 = -1$$

$$4x = -7$$

$$x = -1,75$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Beispiele

Eindeutige Lösung

Lösen Sie die folgende Gleichung:

$$2 \cdot (x + 3) = x - (1 + 3x)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 6 = x - 1 - 3x \quad | \text{ Klammern auflösen, Terme vereinfachen}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 6 = -2x - 1 \quad | \quad + 2x$$

$$\Leftrightarrow 4x + 6 = -1 \quad | \quad - 6$$

$$\Leftrightarrow 4x = -7 \quad | \quad : 4$$

$$\Leftrightarrow x = -1,75$$

$\Rightarrow$ Probe durchführen:

$$\text{linke Seite: } 2 \cdot (-1,75 + 3) = 2 \cdot 1,25 = 2,5$$

$$\text{rechte Seite: } -1,75 - (1 + 3 \cdot (-1,75)) = -1,75 - (1 - 5,25) = -1,75 - (-4,25) = -1,75 + 4,25 = 2,5 \quad \checkmark$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Allgemeingültige Gleichungen – unendlich viele Lösungen

Lösen Sie die folgende Gleichung:

$$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 8x + 16 = x^2 - 8x + 16$$

$$0 = 0$$

→ Die Gleichung ist *allgemeingültig*.

→ Jede Zahl löst die Gleichung.

→ x ist beliebig

→ $L = \mathbb{R}$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

Innovative
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Nicht-lösbare Gleichungen

Lösen Sie die folgende Gleichung:

$$2(x + 3) = 2(x - 5)$$

$$2x + 6 = 2x - 10$$

$$6 \neq -10 \quad \text{falsche Aussage}$$



→ Die Gleichung ist *nicht lösbar*.

→ Keine Zahl löst die Gleichung.

→ $L = \emptyset = \{ \}$ Die Lösungsmenge ist eine leere Menge.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

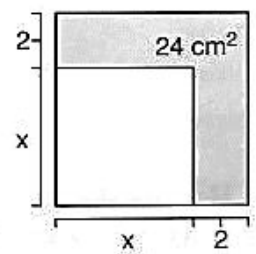
Beispiele

Textaufgabe

Viele Probleme und Aufgaben kann man mit Gleichungen beschreiben und lösen. Die passende Gleichung zu finden ist dabei häufig der schwierigste Schritt.

Problem:

Die Seiten eines Quadrates werden alle um 2 cm verlängert. Dabei vergrößert sich der Flächeninhalt um 24 cm^2 . Von welcher Seitenlänge ist man ausgegangen?



Gleichung lösen:

1. Terme vereinfachen (z. B. Klammern auflösen oder Terme zusammenfassen)

2. Äquivalenzumformungen anwenden

- Du kannst auf beiden Seiten der Gleichung die *gleiche Zahl* oder den *gleichen Term addieren* oder *subtrahieren*.
- Du kannst beide Seiten der Gleichung mit der *gleichen Zahl* ($\neq 0$) *multiplizieren*.
- Du kannst beide Seiten der Gleichung durch die *gleiche Zahl* ($\neq 0$) *dividieren*.

$$\begin{array}{lcl} (x+2)^2 & = & x^2 + 24 \\ x^2 + 4x + 4 & = & x^2 + 24 \quad | -x^2 \quad \text{Terme vereinfachen} \\ 4x + 4 & = & 24 \quad | -4 \quad \text{Äquivalenzumformungen} \\ 4x & = & 20 \quad | :4 \\ x & = & 5 \end{array}$$

Gleichung aufstellen:

1. Variable festlegen

„Die Seiten eines Quadrates ...“: x

2. Passende Terme finden

„... werden um 2 cm verlängert.“: $x + 2$

alter Flächeninhalt: x^2

neuer Flächeninhalt: $(x + 2)^2$

3. Gleichung aufstellen

$$(x + 2)^2 = x^2 + 24$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Lergenmüller, A.
(2008): Mathematik
Neue Wege 8

2. Elementare Gleichungen

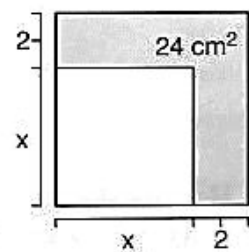
Beispiele

Textaufgabe

Viele Probleme und Aufgaben kann man mit Gleichungen beschreiben und lösen. Die passende Gleichung zu finden ist dabei häufig der schwierigste Schritt.

Problem:

Die Seiten eines Quadrates werden alle um 2 cm verlängert. Dabei vergrößert sich der Flächeninhalt um 24 cm^2 . Von welcher Seitenlänge ist man ausgegangen?



Lösung: Die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrates beträgt 5 cm.

Gleichung lösen:

1. Terme vereinfachen (z. B. Klammern auflösen oder Terme zusammenfassen)

2. Äquivalenzumformungen anwenden

- Du kannst auf beiden Seiten der Gleichung die *gleiche Zahl* oder den *gleichen Term* *addieren* oder *subtrahieren*.
- Du kannst beide Seiten der Gleichung mit der *gleichen Zahl* ($\neq 0$) *multiplizieren*.
- Du kannst beide Seiten der Gleichung durch die *gleiche Zahl* ($\neq 0$) *dividieren*.

$$\begin{array}{lcl} (x+2)^2 & = & x^2 + 24 \\ x^2 + 4x + 4 & = & x^2 + 24 \quad | -x^2 \quad \text{Terme vereinfachen} \\ 4x + 4 & = & 24 \quad | -4 \quad \text{Äquivalenzumformungen} \\ 4x & = & 20 \quad | :4 \\ x & = & 5 \end{array}$$

Gleichung aufstellen:

1. Variable festlegen

„Die Seiten eines Quadrates ...“: x

2. Passende Terme finden

„... werden um 2 cm verlängert.“: $x + 2$

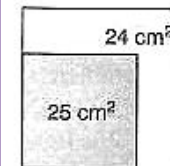
alter Flächeninhalt: x^2

neuer Flächeninhalt: $(x + 2)^2$

3. Gleichung aufstellen

$$(x + 2)^2 = x^2 + 24$$

Probe:



Problemprobe

Linke Seite:
 $(5 + 2)^2 = 49$
Rechte Seite:
 $5^2 + 24 = 49$

Einsetzprobe

Stimmt!



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Lergenmüller, A.
(2008): Mathematik
Neue Wege 8

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Textaufgaben: Gleichungen mit Prozenten

Abnahme um 15% heißt „ $\cdot 0,85$ “.

Zunahme um 16% heißt „ $\cdot 1,16$ “.

Finden Sie zu den Meldungen einfache Gleichungen und lösen Sie diese:

- a. Die Zahl der Wildunfälle hat um 25% auf 380 abgenommen!
- b. Nach einer 10-prozentigen Preiserhöhung bieten wir nun Pauschalreisen ab 770€ an!
- c. Inklusive 16% Mehrwertsteuer kostet das 58€ ...
- d. Zuerst haben wir den Preis für den Wagen um 20% gesenkt, vor der Werbeaktion dann aber doch noch mal um 15% erhöht. So konnten wir für 4600€ verkaufen.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Textaufgaben: Gleichungen mit Prozenten

Abnahme um 15% heißt „ $\cdot 0,85$ “.

Zunahme um 16% heißt „ $\cdot 1,16$ “.

Finden Sie zu den Meldungen einfache Gleichungen und lösen Sie diese:

- a. Die Zahl der Wildunfälle hat um 25% auf 380 abgenommen!

$$x \hat{=} \text{„Zahl der Unfälle vor der Abnahme“} \Rightarrow x - 0,25x = 380 \Leftrightarrow 0,75 \cdot x = 380 \Rightarrow x = 506,\bar{6}$$

- b. Nach einer 10-prozentigen Preiserhöhung bieten wir nun Pauschalreisen ab 770€ an!

$$1,1 x = 770 \text{ €}$$

- c. Inklusive 16% Mehrwertsteuer kostet das 58€ ...

- d. Zuerst haben wir den Preis für den Wagen um 20% gesenkt, vor der Werbeaktion dann aber doch noch mal um 15% erhöht. So konnten wir für 4600€ verkaufen.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Textaufgaben: Gleichungen mit Prozenten

Abnahme um 15% heißt „ $\cdot 0,85$ “.

Zunahme um 16% heißt „ $\cdot 1,16$ “.

Finden Sie zu den Meldungen einfache Gleichungen und lösen Sie diese:

- a. Die Zahl der Wildunfälle hat um 25% auf 380 abgenommen!

$$x \hat{=} \text{„Zahl der Unfälle vor der Abnahme“} \Rightarrow x - 0,25x = 380 \Leftrightarrow 0,75 \cdot x = 380 \Rightarrow x = 506,\bar{6}$$

- b. Nach einer 10-prozentigen Preiserhöhung bieten wir nun Pauschalreisen ab 770€ an!

$$x \hat{=} \text{„Preis vor der Erhöhung“} \Rightarrow 1,1 \cdot x = 770 \Rightarrow x = 700\text{€}$$

- c. Inklusive 16% Mehrwertsteuer kostet das 58€ ...

$$x \cdot 1,16 = 58\text{€}$$

- d. Zuerst haben wir den Preis für den Wagen um 20% gesenkt, vor der Werbeaktion dann aber doch noch mal um 15% erhöht. So konnten wir für 4600€ verkaufen.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Textaufgaben: Gleichungen mit Prozenten

Abnahme um 15% heißt „ $\cdot 0,85$ “.

Zunahme um 16% heißt „ $\cdot 1,16$ “.

Finden Sie zu den Meldungen einfache Gleichungen und lösen Sie diese:

- a. Die Zahl der Wildunfälle hat um 25% auf 380 abgenommen!

$$x \hat{=} \text{„Zahl der Unfälle vor der Abnahme“} \Rightarrow x - 0,25x = 380 \Leftrightarrow 0,75 \cdot x = 380 \Rightarrow x = 506,\bar{6}$$

- b. Nach einer 10-prozentigen Preiserhöhung bieten wir nun Pauschalreisen ab 770€ an!

$$x \hat{=} \text{„Preis vor der Erhöhung“} \Rightarrow 1,1 \cdot x = 770 \Rightarrow x = 700\text{€}$$

- c. Inklusive 16% Mehrwertsteuer kostet das 58€ ...

$$x \hat{=} \text{„Preis ohne MwSt“} \Rightarrow 1,16 \cdot x = 58 \Rightarrow x = 50\text{€}$$

- d. Zuerst haben wir den Preis für den Wagen um 20% gesenkt, vor der Werbeaktion dann aber doch noch mal um 15% erhöht. So konnten wir für 4600€ verkaufen.

$$x \cdot 0,8 = 4600,$$

$$x \cdot 1,15$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

2. Elementare Gleichungen

Beispiele

Textaufgaben: Gleichungen mit Prozenten

Abnahme um 15% heißt „ $\cdot 0,85$ “.

Zunahme um 16% heißt „ $\cdot 1,16$ “.

Finden Sie zu den Meldungen einfache Gleichungen und lösen Sie diese:

- a. Die Zahl der Wildunfälle hat um 25% auf 380 abgenommen!

$$x \hat{=} \text{„Zahl der Unfälle vor der Abnahme“} \Rightarrow x - 0,25x = 380 \Leftrightarrow 0,75 \cdot x = 380 \Rightarrow x = 506,\bar{6}$$

- b. Nach einer 10-prozentigen Preiserhöhung bieten wir nun Pauschalreisen ab 770€ an!

$$x \hat{=} \text{„Preis vor der Erhöhung“} \Rightarrow 1,1 \cdot x = 770 \Rightarrow x = 700€$$

- c. Inklusive 16% Mehrwertsteuer kostet das 58€ ...

$$x \hat{=} \text{„Preis ohne MwSt“} \Rightarrow 1,16 \cdot x = 58 \Rightarrow x = 50€$$

- d. Zuerst haben wir den Preis für den Wagen um 20% gesenkt, vor der Werbeaktion dann aber doch noch mal um 15% erhöht. So konnten wir für 4600€ verkaufen.

$$x \hat{=} \text{„Preis vor der Aktion“} \\ (0,8x) \cdot 1,15 = 4600 \Rightarrow 0,92x = 4600 \Rightarrow x = 5000€$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Übersicht

1. Rechengesetze
2. Elementare Gleichungen
3. **Anordnung und Betrag**
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. Funktionen
11. Ungleichungen
12. Elementargeometrie
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Anordnung

Brüche ordnen

Die reellen Zahlen ($\mathbb{R}$) lassen sich der Größe nach ordnen:

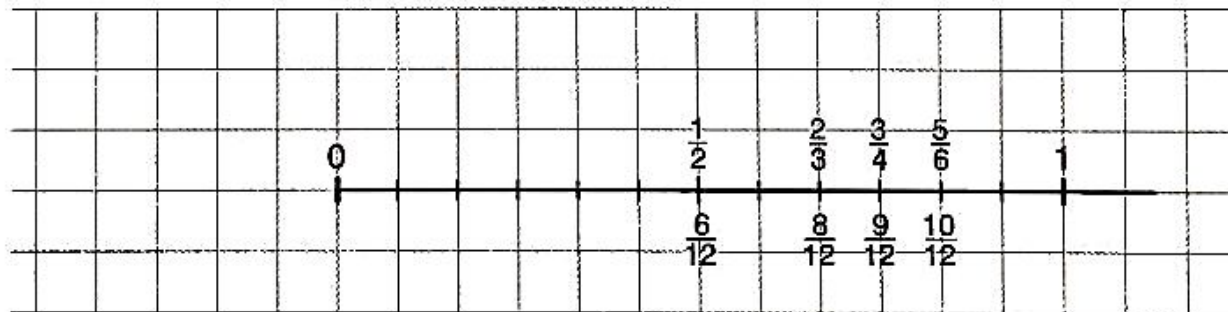
Für zwei reelle Zahlen trifft genau eine der folgenden drei Möglichkeiten zu:

$$a < b, \quad a = b, \quad b < a.$$

Eine Zahl a ist kleiner als eine Zahl b , wenn a auf der Zahlengerade links von b liegt.

Brüche gleichnamig machen und nach der Größe der Zähler ordnen.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8}{12} \quad \frac{10}{12} \quad \frac{6}{12} \quad \frac{9}{12} \rightarrow \frac{6}{12} < \frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Anordnung

Gesetze

Für die **Kleiner-Relation** gelten folgende Gesetze: :

$a < b$ und $b < c \Rightarrow a < c$	Transitivgesetz,
$a < b \Rightarrow a + c < b + c$	Monotonie der Addition,
$a < b$ und $c > 0 \Rightarrow ac < bc$	Monotonie der Multiplikation.

Wir zeigen hier die offensichtlich falsche Aussage: "Null ist größer als jede beliebige Zahl".

Es sei a eine beliebige positive Zahl.

$$a > 0$$
$$-a < 0$$

$$\begin{array}{l} a - 1 < a \quad | \cdot (-a) \\ \Downarrow \\ -a^2 + a > -a^2 \quad | + a^2 \\ \Downarrow \\ a < 0 \end{array}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

$$a > b$$

3. Anordnung und Betrag

Anordnung

Gesetze

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

Für die **Kleiner-Relation** gelten folgende Gesetze :

$a < b$ und $b < c \Rightarrow a < c$	Transitivgesetz,
$a < b \Rightarrow a + c < b + c$	Monotonie der Addition,
$a < b$ und $c > 0 \Rightarrow ac < bc$	Monotonie der Multiplikation.

Wir zeigen hier die offensichtlich falsche Aussage: "Null ist größer als jede beliebige Zahl".

Es sei a eine beliebige positive Zahl.

$$\begin{aligned}
 a - 1 &< a && | \cdot (-a) \\
 \Downarrow \\
 -a^2 + a &< -a^2 && | + a^2 \\
 \Downarrow \\
 a &< 0
 \end{aligned}$$

✗ Die erste Folgerung ist unzulässig, denn hier wird mit einer negativen Zahl multipliziert und dabei ist das Ungleichheitszeichen umzudrehen.

✓ Die zweite Folgerung ist zulässig.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Anordnung Ungleichungen

Multipliziert man eine Ungleichung mit einer Zahl, die **kleiner als Null ist**, dann wird ein Kleiner-Zeichen zum Größer-Zeichen oder umgekehrt:

$$a < b \text{ und } c < 0 \Rightarrow ac > bc.$$

Welche x erfüllen die folgende Ungleichung?

$$\begin{aligned} & -3x + 1 < 2 \quad \begin{array}{l} | -1 \\ | \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \end{array} \\ \Leftrightarrow & -3x < 1 \\ \Leftrightarrow & x > -\frac{1}{3} \\ \mathbb{L} = & \left(x \mid x > -\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

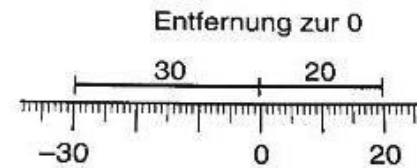
3. Anordnung und Betrag

Betrag

Definition und Eigenschaften

Für den Betrag einer Zahl a gilt folgendes:

$$|a| = \begin{cases} a & , a \geq 0, \\ -a & , a < 0. \end{cases}$$



Der Betrag einer Zahl gibt an, wie weit sie von der 0 entfernt ist. Der Betrag ist nie negativ.

Eigenschaften des Betrags

1. $|a| \geq 0$

2. $|-a| = |a|$

3. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

4. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Dreiecksungleichung)



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Betrag

Betragsgleichungen

Der Betrag $|a - b|$ gibt den Abstand von a zu b an. Ist $a \geq b$, so ist der Abstand gleich $a - b$. Ist jedoch $b > a$, so ist der Abstand gleich $b - a$. Durch den Betrag werden beide Fälle zusammengefasst:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases} \Rightarrow |a - b| = \begin{cases} a - b, & a \geq b, \\ -(a - b) = b - a, & a < b. \end{cases}$$

$$|a - b| = \begin{cases} a - b, & \text{falls } a - b \geq 0 \Rightarrow a \geq b \\ -(a - b), & \text{falls } a - b < 0 \Rightarrow a < b \end{cases}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

Innovative
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Betrag

Betragsgleichungen

Der Betrag $|a - b|$ gibt den Abstand von a zu b an. Ist $a \geq b$, so ist der Abstand gleich $a - b$. Ist jedoch $b > a$, so ist der Abstand gleich $b - a$. Durch den Betrag werden beide Fälle zusammengefasst:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases} \Rightarrow |a - b| = \begin{cases} a - b, & a \geq b, \\ -(a - b) = b - a, & a < b. \end{cases}$$

Beispiel 1: Welche x erfüllen die Gleichung $|x - 3| = 1$?

Offensichtlich werden gerade die Zahlen gesucht, die von der Zahl 3 den Abstand 1 besitzen. Geht man also von 3 um 1 nach links bzw. rechts, so erhält man die Lösungen $x = 2$ und $x = 4$.

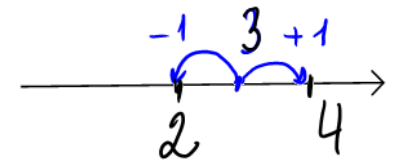
Mit der Definition des Betrags rechnen wir nach:

$$|x - 3| = \begin{cases} x - 3, & x \geq 3, \\ -(x - 3) = -x + 3, & x < 3. \end{cases}$$

① Für $x \geq 3$ lautet die Gleichung: $x - 3 = 1 \Leftrightarrow x = 4$. ✓

② Für $x < 3$ lautet die Gleichung: $-x + 3 = 1 \Leftrightarrow x = 2$. ✓

$$L = \{2, 4\}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

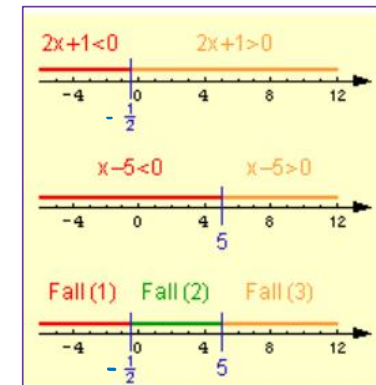
Betrag

Betragsgleichungen

Beispiel 2: Welche x erfüllen die Gleichung $3|2x + 1| = |x - 5|$?

Um die Betragsstriche mit Hilfe der Definition aufzulösen, berechnen wir zunächst:

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

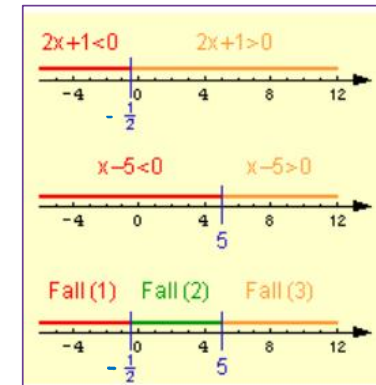
Betrag

Betragsgleichungen

Beispiel 2: Welche x erfüllen die Gleichung $3|2x + 1| = |x - 5|$?

Um die Betragsstriche mit Hilfe der Definition aufzulösen, berechnen wir zunächst:

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$



Wir unterscheiden also die drei Fälle

- (1) $x < -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x + 1 < 0$ und $x - 5 < 0$,
- (2) $-\frac{1}{2} \leq x < 5 \Rightarrow 2x + 1 \geq 0$ und $x - 5 < 0$,
- (3) $x \geq 5 \Rightarrow 2x + 1 \geq 0$ und $x - 5 \geq 0$.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

Betrag

Betragsgleichungen

Beispiel 2: Welche x erfüllen die Gleichung $3|2x + 1| = |x - 5|$?

Um die Betragsstriche mit Hilfe der Definition aufzulösen, berechnen wir zunächst:

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Im Fall (1) lautet die Gleichung:

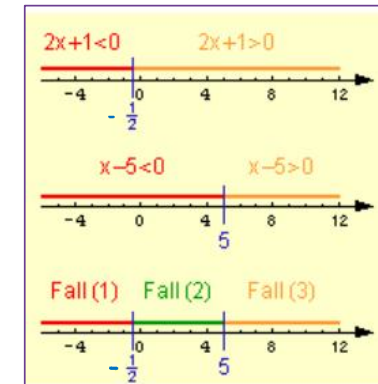
$$3(-(2x + 1)) = -(x - 5) \Leftrightarrow 5x = -8 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{5}.$$

Im Fall (2) lautet die Gleichung:

$$3(2x + 1) = -(x - 5) \Leftrightarrow -7x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}.$$

Im Fall (3) lautet die Gleichung:

$$3(2x + 1) = x - 5 \Leftrightarrow -5x = 8 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{5}.$$



Wir unterscheiden also die drei Fälle

- (1) $x < -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x + 1 < 0$ und $x - 5 < 0$,
- (2) $-\frac{1}{2} \leq x < 5 \Rightarrow 2x + 1 \geq 0$ und $x - 5 < 0$,
- (3) $x \geq 5 \Rightarrow 2x + 1 \geq 0$ und $x - 5 \geq 0$.

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{8}{5}; \frac{2}{7} \right\}.$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

3. Anordnung und Betrag

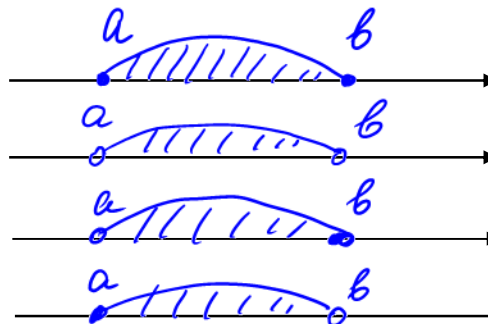
Intervalle

Definition

Ein **Intervall** besteht aus allen Zahlen, die zwischen den im Intervall angegebenen Grenzen liegen. Je nach Art der Klammern gehören die Grenzen dazu oder nicht. Für $a < b$ existieren folgende Intervalle:

- ▶ abgeschlossen: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
- ▶ offen: $]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
- ▶ links halboffen: $]a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$
- ▶ rechts halboffen: $[a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

$$x \geq \frac{1}{3}$$



$$x \in [a, b]$$

$$x \in (a, b)$$

$$x \in (a, b]$$

$$x \in [a, b)$$

$$x \in \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern