

Übersicht

1. Rechengesetze
2. Elementare Gleichungen
3. Anordnung und Betrag
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. **Funktionen**
11. Ungleichungen
12. Elementargeometrie
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule** 
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen

- 10.1 Funktionsbegriff
- 10.2 Lineare Funktionen (Geraden)
- 10.3 Quadratische Funktionen (Parabeln)
- 10.4 Ganzrationale Funktionen
- 10.5 Gebrochenrationale Funktionen
- 10.6 **Die Exponentialfunktion**
- 10.7 Die Logarithmusfunktion
- 10.8 Trigonometrische Funktionen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule** 
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.6 Die Exponentialfunktion

Eigenschaften

$$y = x^n$$

$$y = a^x$$

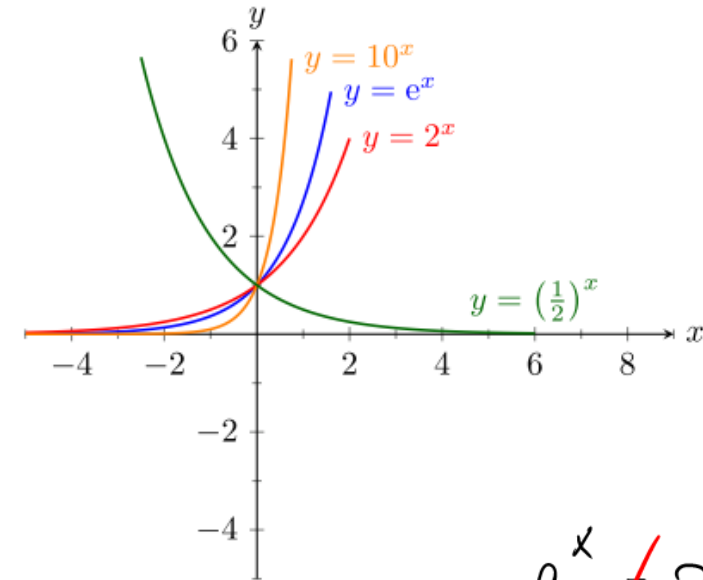
Exponentialfunktionen mit der **Basis a** :

$$f(x) = a^x, \quad a > 0 \text{ und } a \neq 1$$

Alle Exponentialfunktionen:

- haben **keine Nullstellen** und die x -Achse als untere Schranke
- haben den Punkt $(0|1)$ gemeinsam
- nähern sich asymptotisch der x -Achse an, ohne diese jemals zu berühren
- verlaufen oberhalb der x -Achse: $W = \mathbb{R}^+$ sind
 - für $0 < a < 1$: streng monoton fallend
 - und für $a > 1$: streng monoton steigend
- Für das Grenzwertverhalten der Exponentialfunktion gilt

$$y = a^0 = 1 = f(0)$$



$$a^x \neq 0$$

$$a > 0 \\ a \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \begin{cases} \infty & , \text{ wenn } a > 1 \\ 0 & , \text{ wenn } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0 & , \text{ wenn } a > 1 \\ \infty & , \text{ wenn } 0 < a < 1 \end{cases}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.6 Die Exponentialfunktion

Eigenschaften

Exponentialfunktionen mit der **Basis a** :

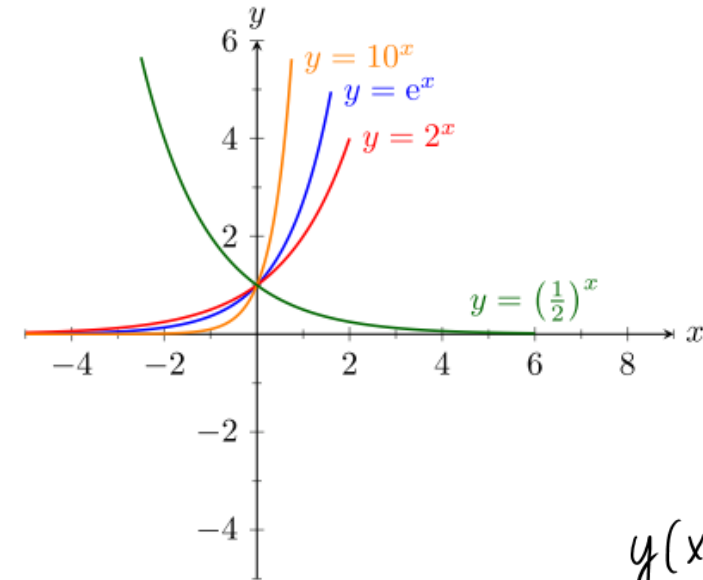
$$f(x) = a^x, \quad a > 0 \text{ und } a \neq 1$$

Alle Exponentialfunktionen:

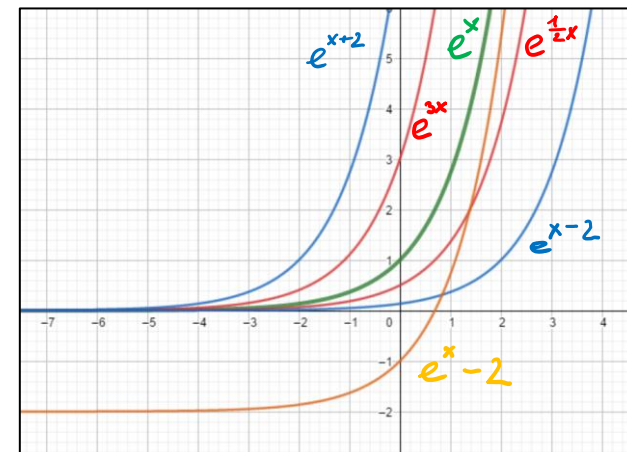
- haben keine Nullstellen und die x -Achse als untere Schranke
- haben den Punkt $(0|1)$ gemeinsam
- nähern sich asymptotisch der x -Achse an, ohne diese jemals zu berühren
- verlaufen oberhalb der x -Achse: $W = \mathbb{R}^+$ sind
 für $0 < a < 1$: streng monoton fallend
 und für $a > 1$: streng monoton steigend
- Für das Grenzwertverhalten der Exponentialfunktion gilt

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \begin{cases} \infty & , \text{ wenn } a > 1 \\ 0 & , \text{ wenn } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0 & , \text{ wenn } a > 1 \\ \infty & , \text{ wenn } 0 < a < 1 \end{cases}$$



$$y(x) = a e^{bx-c} + d$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.6 Die Exponentialfunktion

Anwendungen

- Zinsrechnung
- Wachstumsprozesse

Das stetige Anwachsen einer Population wird beschrieben durch die Gleichung:

$$N = N_0 \cdot e^{pt} = \begin{cases} p & \dots \text{jährlicher Wachstumskoeffizient} \\ t & \dots \text{Zeit in Jahren} \\ N_0 & \dots \text{Anzahl zur Zeit } t = 0 \end{cases}$$

Beispiel: 1980 lebten 4,1 Milliarden Menschen auf der Erde. Wann wird sich die Menschheit verdoppelt haben bei einem jährlichen Wachstum um $p = 1,7\%$?



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.6 Die Exponentialfunktion

Anwendungen

- Zinsrechnung
- Wachstumsprozesse

Das stetige Anwachsen einer Population wird beschrieben durch die Gleichung:

$$N = N_0 \cdot e^{pt} = \begin{cases} p & \dots \text{jährlicher Wachstumskoeffizient} \\ t & \dots \text{Zeit in Jahren} \\ N_0 & \dots \text{Anzahl zur Zeit } t = 0 \end{cases}$$

Beispiel: 1980 lebten 4,1 Milliarden Menschen auf der Erde. Wann wird sich die Menschheit verdoppelt haben bei einem jährlichen Wachstum um $p = 1,7\%$?

Lösung: Ausgangszustand 1980: $t = 0$, $N_0 = 4,1 \cdot 10^9$

t muss so bestimmt werden, dass gilt: $N(t) = 2N_0$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{pt} = 2N_0 \Leftrightarrow e^{pt} = 2 \Leftrightarrow \ln(e^{pt}) = \ln 2 \Leftrightarrow pt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{p} = \frac{\ln 2}{0,017} = 40,77$$

$$\begin{aligned} e^{pt} &= 2 \quad | \ln \\ \ln e^{pt} &= \ln 2 \\ pt \cdot \underbrace{\ln e}_{=1} &= \ln 2 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{p} = \frac{\ln 2}{0,017} \approx 40,77 \end{aligned}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.6 Die Exponentialfunktion

Anwendungen

- Zinsrechnung
- Wachstumsprozesse

Das stetige Anwachsen einer Population wird beschrieben durch die Gleichung:

$$N = N_0 \cdot e^{pt} = \begin{cases} p & \dots \text{jährlicher Wachstumskoeffizient} \\ t & \dots \text{Zeit in Jahren} \\ N_0 & \dots \text{Anzahl zur Zeit } t = 0 \end{cases}$$

Beispiel: 1980 lebten 4,1 Milliarden Menschen auf der Erde. Wann wird sich die Menschheit verdoppelt haben bei einem jährlichen Wachstum um $p = 1,7\%$?

Lösung: Ausgangszustand 1980: $t = 0$, $N_0 = 4,1 \cdot 10^9$

t muss so bestimmt werden, dass gilt: $N(t) = 2N_0$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{pt} = 2N_0 \Leftrightarrow e^{pt} = 2 \Leftrightarrow \ln(e^{pt}) = \ln 2 \Leftrightarrow pt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{p} = \frac{\ln 2}{0,017} = 40,77$$

→ Verdoppelung etwa im Jahr $1980 + 41 = 2021$; unabhängig von N_0 , nur abhängig von p !

2020 beträgt die aktuelle Bevölkerung schon **7,84 Milliarden**!

2022 beträgt die aktuelle Bevölkerung schon **8,02 Milliarden**!



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern