

Übung zu Vorkurs, tech, SoSe 2016

1 Rechengesetze

1.1 Aufgabe Nr. 4336

Vereinfachen Sie:

- a) $-4(-10 + 3) - 8$
- b) $-(2 + 6)(-1 - 7)$
- c) $-3 - 4(2 - 5(-3(-2 + 5) - 1))$

1.2 Aufgabe Nr. 4335

Ergänze die Gleichung.

- a) $10x - 4x^2 = 2x(\bigcirc - \bigcirc)$
- b) $15m^2 + 35m = 5m(\bigcirc + \bigcirc)$
- c) $b^3 + 4b^2 = b^2(\bigcirc + \bigcirc)$
- d) $14z + 4z = \bigcirc(7 + \bigcirc)$
- e) $-24b + 72 = \bigcirc(\bigcirc - 12)$
- f) $17p + 6p^2 = \bigcirc(-17 - \bigcirc)$
- g) $\bigcirc + 13r^5 = r^3(24 + \bigcirc)$
- h) $\bigcirc - 32u^2 = 16u^2(1u^2 - \bigcirc)$
- i) $45p^2 - \bigcirc = 9p(\bigcirc - 3)$

1.3 Aufgabe Nr. 4337

Faktorisieren Sie (schreiben Sie als Produkt) folgende Terme:

- a) $-4x - 16$
- b) $ax - ay + bx - by$
- c) $(4x + y)(a + 2b) + (y - 4x)(-2b - a)$
- d) $(x + 2y)(x - y)(-2x + y) - y(6x - 3y)(2y - 2x)$

1.4 Aufgabe Nr. 4338

Vereinfachen Sie die folgenden Klammerausdrücke:

- a) $x - [2y + 5x + (-10x - (12x - 8y)) + 5x] + 2y$
- b) $\{2ab + 3[4a - 2(b + 3ab) + 7b] + 4b\} + 24ab - 5a$

1.5 Aufgabe Nr. 821

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke

$$(a + b)(x + y) + (a - b)(x + y), \quad (x^2 - y^2) + x + y, \quad \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y}$$

1.6 Aufgabe Nr. 611

Berechnen Sie:

- 1. $\frac{1}{11} + \frac{3}{5}$
- 2. $\frac{11}{13} - \frac{4}{7}$
- 3. $\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$
- 4. $\frac{1}{21} + \frac{2}{3}$

1.7 Aufgabe Nr. 613

Berechnen Sie, kürzen Sie ggf.:

1. $\frac{1}{11} : \frac{3}{5}$

2. $\frac{11}{13} \cdot \frac{4}{7}$

3. $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$

4. $\frac{1}{21} : \frac{2}{3}$

1.8 Aufgabe Nr. 819

Berechnen Sie den Wert der folgenden Ausdrücke und kürzen Sie soweit möglich:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}, \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}, \quad \frac{1}{3} : \frac{2}{3}$$

1.9 Aufgabe Nr. 4307

Bestimmen Sie x .

a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{x}$

b) $\frac{1}{2} = \frac{x}{12}$

c) $\frac{2}{3} = \frac{x}{27}$

d) $\frac{1}{6} = \frac{63}{x}$

e) $\frac{96}{10} = \frac{x}{40}$

f) $\frac{x}{45} = \frac{9}{4}$

g) $\frac{x}{36} = \frac{9}{72}$

h) $\frac{8}{x} = \frac{72}{90}$

1.10 Aufgabe Nr. 614

Fassen Sie zu einem Bruch zusammen:

1. $\frac{2a}{3x} - \frac{2a}{3x-2y}$

2. $\frac{u}{v} + \frac{u+v}{u-v} - \frac{v}{u}$

3. $\frac{3}{a-2} - \frac{8}{3a}$

4. $\frac{2}{2a-b} + \frac{b}{2b-4a}$

1.11 Aufgabe Nr. 822

Kürzen Sie die folgenden Brüche

$$\frac{15xy - 25xz}{10xy - 20xz}, \quad \frac{a^2x - b^2x}{ax - bx}, \quad \frac{24x^2 - 16xy}{18xy - 12y^2}, \quad \frac{24a^4 + 20a^2b^2}{36a^4 - 25b^4}$$

1.12 Aufgabe Nr. 823

Fassen Sie zusammen:

$$\frac{a + \frac{1}{b}}{a - \frac{1}{b}}, \quad \frac{3x + \frac{6y}{5}}{3x - \frac{6y}{5}},$$

1.13 Aufgabe Nr. 616

Fassen Sie zusammen und kürzen Sie soweit wie möglich:

1. $\frac{4xy^2}{a-b} : \frac{16x^2y}{a^2-b^2}$

2. $\frac{1}{x+y} \cdot x + y$

3. $\frac{p^2+p}{p} - p$

4. $p(1 - \frac{1}{p}) + 1$

1.14 Aufgabe Nr. 4308

Berechnen Sie:

- a) $\frac{3}{4}$ von 24 m
- b) $\frac{1}{8}$ von 24 m
- c) $\frac{2}{3}$ von 72 cm
- d) $\frac{1}{10}$ von 1000 mm
- e) $\frac{10}{5}$ von 30 kg
- f) $\frac{9}{8}$ von 20 g

1.15 Aufgabe Nr. 4309

Fassen Sie zusammen.

- a) $\frac{1}{3}u + \frac{1}{3}v - \frac{2}{6}u - \frac{2}{6}v$
- b) $\frac{3}{7}a - \frac{7}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{2}{3}b$
- c) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - \frac{5}{7}x - \frac{3}{4}y$
- d) $\frac{2}{9}r - \frac{7}{8}s + \frac{1}{2}r - \frac{2}{3}s$
- e) $\frac{5}{16}y + \frac{7}{12}z - \frac{1}{4}y - \frac{5}{6}z + \frac{1}{8}y$
- f) $\frac{12}{17}s - \frac{2}{7}t - \frac{4}{51}s + \frac{5}{6}t + \frac{1}{2}s$

1.16 Aufgabe Nr. 4311

Setzen Sie das richtige Zeichen $>$, $<$, $=$

- a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \bigcirc \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$
- b) $\frac{1}{9} + \frac{4}{5} \bigcirc \frac{3}{8} + \frac{11}{8}$
- c) $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} \bigcirc \frac{1}{3} - \frac{7}{8}$
- d) $\frac{1}{6} - \frac{3}{8} \bigcirc \frac{1}{6} - \frac{4}{9}$
- e) $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{10} \bigcirc \frac{3}{9} \cdot \frac{8}{10}$
- f) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \bigcirc \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}$
- g) $\frac{5}{5} : \frac{2}{4} \bigcirc \frac{5}{7} : \frac{2}{2}$
- h) $\frac{5}{4} : \frac{4}{5} \bigcirc \frac{5}{4} : \frac{5}{7}$

1.17 Aufgabe Nr. 4312

Schreiben Sie als Dezimalzahl.

- a) $\frac{1}{33}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{9}{14}$
- d) $\frac{9}{27}$
- e) $\frac{18}{15}$
- f) $\frac{4}{99}$
- g) $\frac{1}{3}$
- h) $\frac{1}{3}$

1.18 Aufgabe Nr. 4313

Schreiben Sie in der nächstkleineren Einheit.

- a) $\frac{1}{3}$ kg
- b) $\frac{3}{8}$ kg
- c) $\frac{7}{10}$ km
- d) $\frac{5}{2}$ dm
- e) $\frac{2}{25}$ t
- f) $\frac{5}{3}$ min
- g) $\frac{5}{12}$ Jahre
- h) $\frac{5}{6}$ h
- i) $\frac{24}{6}$ Jahre
- j) $\frac{14}{7}$ kg

1.19 Aufgabe Nr. 4303

Wenden Sie die binomische Formel an.

- a) $(r - t)^2$
- b) $(u - v)^2$
- c) $(c - 7)^2$
- d) $(c + d)(c - d)$
- e) $(w + 9)^2$
- f) $(3x + 5z)^2$
- g) $(0,8x - 0,6y)(0,8x + 0,6y)$
- h) $(\frac{5}{8}z - \frac{6}{7}o)^2$
- i) $(\frac{8}{3} - \frac{5}{9}z)(\frac{5}{9}z + \frac{8}{3})$

1.20 Aufgabe Nr. 4302

Faktorisieren Sie folgende Terme mittels binomischer Formeln:

- a) $49x^2 - 64$
- b) $-4x^2 + 12xy - 9y^2$
- c) $(2m - n)^2 - (n + 2m)^2$
- d) $16x^2 + 24xy + 9y^2$

1.21 Aufgabe Nr. 4305

Vervollständigen Sie die Gleichung:

- a) $(p + q)^2 = \bigcirc + 2pq + p^2$
- b) $(d - 5)^2 = \bigcirc - 10d + 25$
- c) $(6 + x)^2 = \bigcirc + 12x + x^2$
- d) $(4 - m)^2 = 16 - 8m + \bigcirc$
- e) $(3x - 5)(3x + 5) = \bigcirc - 25$
- f) $(\frac{1}{2}a + b)^2 = \bigcirc + ab + b^2$
- g) $(0,7r + 15)^2 = \bigcirc + 21r + \bigcirc$
- h) $(\frac{3}{4}m - 1)(\frac{3}{4}m + 1) = \bigcirc - 1$

1.22 Aufgabe Nr. 607

Berechnen Sie im Kopf:

- 1. 52^2
- 2. 39^2

3. $23 \cdot 17$

4. $81 \cdot 79$

1.23 Aufgabe Nr. 4320

Herr X. spendet 8 % seines Lottogewinns, nämlich 6464 Euro, für den Bau eines Spielplatzes. Wie viel ist danach vom Lottogewinn noch übrig?

1.24 Aufgabe Nr. 4364

Ein Trikot kostet 25 Euro.

- Wieviel Euro beträgt der Preisnachlass für Vereinsmitglieder bei 8% Ermäßigung?
- Wieviel Euro müßte ein Vereinsmitglied für das Trikot bezahlen?

1.25 Aufgabe Nr. 4365

Geben Sie in Prozent an.

a)	1kg	5kg	10kg	20kg	40kg
			von 200kg		
b)			6min von		
	1h	2h	4h	5h	10h

2 Elementare Gleichungen

2.1 Aufgabe Nr. 5033

Welche x erfüllen die Gleichung $(3x - 5)(x - 2) = 0$

2.2 Aufgabe Nr. 3659

Lösen Sie folgende Gleichungen nach der angegebenen Variablen auf:

- $cx = b$ nach x
- $dy = -c$ nach y
- $dy = -c$ nach d
- $ax + b = d$ nach x
- $ax + b = d$ nach b
- $ax + b = d$ nach a
- $a^2 + b^2 = c^2$ nach a
- $x^2 + a = y^2$ nach x
- $x^2 + a = y^2$ nach a

2.3 Aufgabe Nr. 663

Bestimmen Sie die Lösungsmenge:

- $7x - 4 = 3x + 12$
- $12 + 5c = 1 - 6c$
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}g = \frac{2}{5}g + \frac{5}{6}$

2.4 Aufgabe Nr. 4323

Löse die Gleichungen und mache die Probe.

- a) $\frac{1}{4}x + 1 = \frac{1}{5}x + 2$
- b) $\frac{1}{9}x - 11 = \frac{1}{3}x - 3$
- c) $-4 - \frac{1}{20}x = \frac{1}{10}x - 6$
- d) $\frac{5}{6}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}$
- e) $\frac{23}{4}x + 14 = \frac{10}{3}x - 15$
- f) $1 - \frac{2}{7}x = \frac{14}{3}x - 51$

2.5 Aufgabe Nr. 4324

Löse die Gleichungen.

- a) $x + 94 = 204$
- b) $x + 38 = 107$
- c) $x + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$
- d) $\frac{7}{9} + x = -\frac{4}{9}$
- e) $\frac{x}{5} = 10$
- f) $-\frac{x}{8} = -3$
- g) $-\frac{3}{5}x = 13,5$
- h) $14y = -\frac{2}{28}$

2.6 Aufgabe Nr. 4326

Bestimme x.

- a) $-4(\frac{x}{3} + 5) + 9 = 17$
- b) $3(5 - \frac{x}{2}) - 15 = 0$
- c) $7x - [8(2x + 5)] - 2x = -40$
- d) $4 - [12 - 5(x + 2)] = 4x + 1$
- e) $\frac{1}{4}(-5 - \frac{x}{4}) - \frac{x}{2} = \frac{13}{4}$
- f) $x - 3[x - 2(2x + 3)] - 5 = 8$

2.7 Aufgabe Nr. 638

Sie wollen für den Vorkurs Mathematik Kuchen backen. Ihr Rezept ist für einen Kuchen für 8 Personen. Hierzu benötigen Sie 4 Eier, 200g Butter, 250g Zucker, 400g Mehl und ein Päckchen Vanillezucker. Berechnen Sie die Mengen für einen Kuchen, der für 36 Personen reicht.

2.8 Aufgabe Nr. 658

1. Ein Telefonanbieter hat 2 Angebote. Beim Basic-Paket bezahlen Sie 5 Euro Grundgebühr und einen Minutenpreis von 24 Cent. Beim Premium-Paket sollen Sie 10 Euro Grundgebühr zahlen und Minutenpreise von 10 Cent. Wieviel müssen Sie telefonieren, damit sich das Premiumpaket für sie lohnt?
2. Zu Ihrem normalen Telefonanschluss möchten Sie schnelles Internet. Der Anbieter A bietet Ihnen einen DSL-Anschluss für 12 Euro im Monat bei einem Minutenpreis von 1,2 Cent. Anbieter B bietet einen DSL-Schluss gleicher Qualität zusammen mit einer Flatrate für 25 Euro an. Sie verbringen am Tag eine $\frac{3}{4}$ Stunde im Netz. Für welchen Anbieter entscheiden Sie sich?
3. Ihre Familie besteht aus 2 Erwachsenen und 3 Kindern. Ein Versicherungsanbieter möchte Ihnen eine Unfallversicherung verkaufen, die pro Monat und Erwachsenen 12 Euro und pro Kind und Monat 5 Euro kostet. Bis jetzt zahlen Sie bei Ihrer alten Versicherung 346 Euro an Jahresbeitrag für die Unfallversicherung. Wechseln Sie?

2.9 Aufgabe Nr. 667

Der Vorrat eines Schiffes ist mit 15 Mann Besatzung ist für 40 Tage ausgelegt.

1. Wie lange kann das Schiff auf See bleiben, wenn nur 8 Mann an Bord sind?
2. Für wieviel Mann reicht der Vorrat, wenn das Schiff 30 Tage unterwegs sein soll?

3 Potenzen

3.1 Aufgabe Nr. 4349

Schreibe als Potenz.

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
- b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
- c) $(-y) \cdot (-y) \cdot (-y)$
- d) $4a \cdot 4a \cdot 4a \cdot 4a$

3.2 Aufgabe Nr. 4350

Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

- a) $\left(\frac{3x^2y^{-3}}{2x^4}\right)^2 \cdot \frac{4x^{-3}}{9y^3}$
- b) $\left(\frac{x^{-2}y^{-3}}{3y^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{y^4x^3}{2x^{-1}y}\right)^{-1}$

3.3 Aufgabe Nr. 4353

Schreibe die folgenden Zahlen als Potenzen Benutze als Basis entweder 2 oder 3.

- a) 8
- b) 27
- c) 81
- d) 243
- e) 32
- f) 128

3.4 Aufgabe Nr. 4354

Fasse die Terme zusammen.

- a) $4x^3 + 2m^3 - 6m^2 + 4x^3 - 2m^2$
- b) $0, 4r^3 - 0, 4r^5 + 0, 6r^5 - 1, 4r^3$
- c) $\frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{8}z^4 - \frac{13}{2}y^2 + \frac{13}{4}z^4$
- d) $0, 14z^5 - 0, 79x^4 + 0, 86z^5 - 0, 21x^4$
- e) $2, 15x^2y^3 + 4, 18x^2z^3 - 0, 15x^2y^3$

3.5 Aufgabe Nr. 4355

Multipliziere / Dividiere.

- a) $4x^2 \cdot x^3$
- b) $5z^2 \cdot 4z^4$
- c) $2x^5 \cdot 3x^7 \cdot 2x^2$
- d) $-3x^2y^5 \cdot (-4x^5y^2)$
- e) $3y^6 : y^4$
- f) $12x^4y^7 : (4x^2y^5)$
- g) $\frac{-12x^4y^3}{3x^2}$
- h) $\frac{x^3y^4}{x^3y^4}$

i) $\frac{x^2 y^4 - 3x^3 y^3}{5x^2 y^5}$

3.6 Aufgabe Nr. 4356

Berechne den Potenzwert.

- a) 10^6
- b) $(-10)^4$
- c) $(-10)^5$
- d) $1,3^2$
- e) $0,2^3$
- f) $2,5^2$

3.7 Aufgabe Nr. 1091

Berechnen Sie den Wert der folgenden Ausdrücke

- 1. $1.5 \cdot 10^{22} \cdot 0.5 \cdot 10^{-14}$
- 2. $1.32 \cdot 10^{-7} \cdot 2.2 \cdot 10^{-9}$
- 3. $\frac{1.2 \cdot 10^4}{0.2 \cdot 10^{-2}}$

3.8 Aufgabe Nr. 3804

Lösen sie die folgende Aufgabe:

$$(x^{\frac{1}{2}} - 1)(x^{\frac{1}{2}} + 1)$$

3.9 Aufgabe Nr. 618

Zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen liegt

- 1. $\sqrt{114}$
- 2. $\sqrt{60}$
- 3. $\sqrt{200}$
- 4. $\sqrt{500}$

3.10 Aufgabe Nr. 619

Bestimmen Sie den Wert der folgenden Ausdrücke:

- 1. $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{3}$
- 2. $\sqrt{72} : \sqrt{8}$
- 3. $\sqrt{147} : \sqrt{3}$
- 4. $\sqrt{\frac{5}{8}} : \sqrt{\frac{5}{32}}$

3.11 Aufgabe Nr. 620

Machen Sie den Nenner rational:

- 1. $\frac{7}{3\sqrt{7}}$
- 2. $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- 3. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$

4. $\frac{12}{7-3\sqrt{5}}$
5. $\frac{x}{\sqrt{x+y}-\sqrt{y}}$

3.12 Aufgabe Nr. 621

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

- 1.) $\frac{x}{a+b} + \frac{x}{a-b}$
- 2.) $\frac{\frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\frac{x}{x^2+y^2+z^2}}$
- 3.) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

3.13 Aufgabe Nr. 622

Berechnen Sie den Wert des folgenden Ausdrucks:

$$\sqrt[3]{6 \cdot \sqrt{3} + 9} \cdot \sqrt[3]{6 \cdot \sqrt{3} - 9}$$

3.14 Aufgabe Nr. 665

Berechnen Sie den Wert folgender Ausdrücke:

1. $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{52}} =$
2. $\sqrt{12} - 5\sqrt{27} - 5\sqrt{75} =$
3. $(3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) \cdot (-\sqrt{3}) =$
4. $\sqrt{3u^2 + 6uv + 3v^2} =$
5. $(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})^2 =$
6. $(2\sqrt{0,5} - 3\sqrt{2})^2 =$

3.15 Aufgabe Nr. 690

Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck durch das geschickte ausklammern einer Wurzel (welche erkennen Sie durch Primfaktorzerlegung).

$$3\sqrt{20} + 5\sqrt{125} - 2\sqrt{845} + \sqrt{3}\sqrt{15} =$$

3.16 Aufgabe Nr. 627

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

1. $\frac{\sqrt[3]{210a^5b} \cdot \sqrt[3]{450a^2b^7} \cdot \sqrt[3]{24ab}}{\sqrt[3]{84a^2b^6}}$
2. $\frac{\sqrt[4]{144u^2v} \cdot \sqrt[4]{8u} \cdot \sqrt[4]{450v^3}}{\sqrt[4]{18uv} \cdot \sqrt[4]{30u^3v} \cdot \sqrt[4]{60u^3v^2}}$
3. $\frac{\sqrt[n]{a^{2n-3}} (\sqrt[n]{a})^{n+7}}{\sqrt[n]{a^4}}$

3.17 Aufgabe Nr. 661

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

1. $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \frac{1}{a}} \sqrt[3]{2a^5}$
2. $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^3}$

3.18 Aufgabe Nr. 4360

Schreibe als Potenz.

- a) $\sqrt{x^6}$
- b) $\sqrt{m^{-4}}$
- c) $\sqrt[5]{x}$
- d) $\sqrt{e^{-2}}$
- e) $\sqrt[3]{c^4}$
- f) $\sqrt[3]{6^{-6}}$

3.19 Aufgabe Nr. 4361

Schreibe als Wurzel.

- a) $9^{0,5}$
- b) $8^{0,4}$
- c) $4^{1,5}$
- d) $m^{2,4}$
- e) $b^{-2,5}$
- f) $y^{-0,8}$

3.20 Aufgabe Nr. 4362

Vereinfache.

- a) $\frac{2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{b}}{3\sqrt{ab}}$
- b) $(\sqrt{ax} - \sqrt{bx}) : x^{\frac{1}{2}}$
- c) $\frac{\sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt[3]{cd}}{\sqrt[3]{bc}}$

3.21 Aufgabe Nr. 1322

Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck:

1. $\sqrt{a^{-2} \sqrt[3]{b \sqrt{a^{-3} b^{-2}}}}$
2. $\left(\frac{2^{2n+1} \cdot 3^{2n}}{3^3 \cdot 2^{-n+1}} : \frac{2^{4n} \cdot 3^{-n}}{3^{n+5} \cdot 2^{3n+1}} \right)^{\frac{1}{2n+1}}$
3. $\frac{y^{3n+1} - 2y^{3n} + y^{3n-1}}{y^{2n+1} - y^{2n-1}}$
4. $-(a^3)^{-2} \cdot \left(\frac{b^{m-3} \cdot c^2}{b^{-1+m}} \right)^2 : \left(\frac{c^3}{b^{-2} \cdot a^{-3}} \right)^{-2} + (c^{-5} b^0)^{-2}$

3.22 Aufgabe Nr. 3802

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung ($G = \mathbb{R}$)

$$\left(28 + x^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{5}} = 8$$

3.23 Aufgabe Nr. 3803

Bestimmen Sie die Lösungsmenge:

$$\left(6x^{\frac{3}{4}} + 181 \right)^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{49}$$

4 Quadratische Gleichungen

4.1 Aufgabe Nr. 4371

- a) $x^2 - 8x + 7 = 0$
- b) $2x^2 - 16x + 14 = 0$
- c) $9x^2 + 6x + 1 = 0$
- d) $x^2 + 12x + 36 = 0$
- e) $x^2 + 4x + 4 = 1$
- f) $2x^2 - 4x - 6 = 0$

4.2 Aufgabe Nr. 4372

Analysieren Sie die p-q-Formel.

Geben Sie an, unter welchen Bedingungen

-keine Lösung

-eine Lösung

-zwei Lösungen auftreten

4.3 Aufgabe Nr. 4375

Ein Speisezimmer hat die Grundfläche von $52m^2$. Der Raum ist um $1,50m$ länger als breit. Bestimmen Sie die Maße.

4.4 Aufgabe Nr. 4376

- a) $(x + 2)^2 = 16$
- b) $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
- c) $(x + 3)^2 - 9 = 0$
- d) $(3x + 2)^2 = 121$
- e) $4(x - 4)^2 = 32$
- f) $(x - 2)^2 - (x + 3)^2 = 0$

4.5 Aufgabe Nr. 4377

Ein Rechteck ist 6 m lang und 4 m breit. Länge und Breite sind um den gleichen Betrag so zu verlängern, dass die Fläche verdoppelt wird.

4.6 Aufgabe Nr. 4378

Für welche Wahl des Parameters a hat die Gleichung genau eine Lösung?

- a) $3x^2 + ax - a = 0$
- b) $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$

4.7 Aufgabe Nr. 4380

- a) $4x^2 = 1$
- b) $x^2 + 4x = 0$
- c) $2x^2 - 16x + 14 = 0$
- d) $(x + 2)^2 = 16$
- e) $4x^2 - 16 = 0$
- f) $x^2 - 8x + 7 = 0$
- g) $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$
- h) $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

4.8 Aufgabe Nr. 623

Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit quadratischer Ergänzung:

1. $x^2 - x - 2 = 0$
2. $x^2 + 2x = 8$
3. $8x = x^2 + 15$
4. $3x^2 + 21x + 18 = 0$

4.9 Aufgabe Nr. 1081

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen

1. $x^2 - x - 12 = 0$
2. $x^2 + 2x + 3 = 0$
3. $\frac{32}{x-1} - \frac{45}{x-2} = 1$
4. $\left(\frac{3x^2 a^5 x^{-4}}{x^3 a^{-2} a^8 x^{-6}} \right)^2 = 1$

5 Wurzelgleichungen

5.1 Aufgabe Nr. 4400

- a) $4x - 5\sqrt{1 - x^2} = 1, 2$
- b) $2x + \sqrt{25 - x^2} = 0$
- c) $2 - \frac{x}{\sqrt{25 - x^2}} = 0$
- d) $\sqrt{4x^2 + x - 2} = 2x$
- e) $\sqrt{x - 2} = \sqrt{x} - \sqrt{2}$
- f) $\sqrt{4x + 9} - \sqrt{3x - 5} = 2$

5.2 Aufgabe Nr. 4414

Es sind folgende Wurzelgleichungen zu lösen:

1. $\sqrt{6x - 11} + 6 = 7$
2. $5 - 3\sqrt{x + 6} = 2$
3. $\sqrt{x + m} - \sqrt{x - m} = \frac{x+m-n}{\sqrt{x+m}}$
4. $\sqrt{2x + 5} = 2x - 1$

5.3 Aufgabe Nr. 2746

Bestimmen Sie Definitionsbereich und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

1. $\sqrt{x + 1} - x = 1$
2. $\sqrt{x + 1} - x = -1$

5.4 Aufgabe Nr. 2656

Berechnen Sie die Definitionsbereiche und Lösungen der folgenden Gleichungen.

1. $\frac{2x+3}{x-1} - 3 = \frac{2x+12}{x+2}$
2. $\sqrt{2x - 6} + 3 = 7$

6 Polynomdivision

6.1 Aufgabe Nr. 4382

- a) $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 3)$
- b) $(2x^3 - 14x - 12) : (x + 2)$

- c) $(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x + 3)$
 d) $(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6) : (x - 2)$
 e) $(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4) : (x + 4)$
 f) $(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3) : (x + \frac{1}{2})$

6.2 Aufgabe Nr. 4383

- a) $\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{n+3}y^{n+3} - 2x^ny^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}}$
 b) $\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x}$
 c) $\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a}$
 d) $\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3}$

6.3 Aufgabe Nr. 4384

- a) $(8x^5 - 6x^7 + 2x) : 2x^2$
 b) $(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3$
 c) $(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$
 d) $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$
 e) $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$
 f) $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$

6.4 Aufgabe Nr. 567

Dividieren Sie $x^7 + 3x^6 - 6x^4 + 9x^2 + 9x - 9$ durch $(x^3 + 3x^2 - 3)$.

6.5 Aufgabe Nr. 568

Teilen Sie $(x^6 - 2x^5 - 9x^4 + 3x^3 - 14x^2 + 3x - 6)$ durch $(x^3 - 4x^2 - 3)$.

7 Logarithmen

7.1 Aufgabe Nr. 656

Überlegen Sie sich im Kopf die Lösungen der folgenden Gleichungen:

- $\log_2 8 = x$
- $\log_3 27 = x$
- $\log_x 16 = 2$
- $\log_5 125 = x$

7.2 Aufgabe Nr. 630

Berechnen Sie im Kopf:

- $\log_5 625$
- $\log_{0,2} 5$
- $\log_{100} 10$
- $\log_b b^{15}$

7.3 Aufgabe Nr. 4341

Berechnen Sie

- $\log_6 (1)$
- $\log_2 (16)$
- $\log_{\frac{1}{3}} (\frac{1}{27})$

- d) $\log_{-3}(5)$
- e) $\log_{10}(0,01)$
- f) $\log\left(\frac{4}{3}\right) + \log\left(\frac{3}{4}\right)$

7.4 Aufgabe Nr. 1312

Schreiben Sie die folgenden Gleichungen als logarithmische Gleichung.

- 1. $0,1^3 = 0,001$
- 2. $a^{n+1} = b$
- 3. $2^{-6} = \frac{1}{64}$

7.5 Aufgabe Nr. 1313

Zerlegen Sie die folgenden Terme mit Hilfe der Logarithmengesetze

- 1. $\ln\left(\frac{\sqrt{4-x}}{5x(y-x)^2}\right)$
- 2. $\log\left(10 \cdot \sqrt{\frac{1+a^2}{1-a^2}}\right)$

7.6 Aufgabe Nr. 1314

Fassen Sie zu einem Term zusammen

- 1. $2\ln(a) - 3\ln(a-b) + \frac{1}{2}\ln(a+b) - \ln(b)$
- 2. $2\log(x) - \frac{1}{2}\log(x+y) + \frac{3}{2}\log(x-y)$

7.7 Aufgabe Nr. 659

Fassen Sie zu einem Term zusammen:

- 1. $\frac{1}{3}(\ln(5) + \ln(a) + 2\ln(c) - (\ln(a+b) + \ln(a-b)))$
- 2. $\frac{1}{2}(\ln(a) + \frac{1}{2}(\ln(b) + \frac{1}{2}\ln(c)))$
- 3. $\ln(T_2) + \frac{n-1}{n}(\ln(p_1) - \ln(p_2))$

7.8 Aufgabe Nr. 4344

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich

- a) $y = e^{7\ln(x)}$
- b) $y = \log_2(4^x)$
- c) $y = e^{5\ln(3x^2) + \ln(5x)}$
- d) $y = 2^{5\log_{0,5}(x) - \log_{0,5}(2)}$

7.9 Aufgabe Nr. 4343

Fassen Sie die folgenden Ausdrücke zu einem Logarithmus zusammen

- a) $2\ln(x) - \frac{1}{2}\ln(y)$
- b) $2x\ln(x) - \ln(9xy)$
- c) $(\ln(x) - \ln(y))(x + 3y - 2z)$
- d) $\frac{1}{2}\ln(x) + \frac{1}{2}\ln(xy) - \ln(y)$

7.10 Aufgabe Nr. 4346

Zerlegen Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich in elementare Logarithmusfunktionen (d.h. zerlegen Sie z.B. $\log(ab)$ in $\log(a) + \log(b)$)

- a) $\log\left(\frac{ab}{cd}\right)$
- b) $\ln(a^2b^4)^{\frac{1}{3}}$
- c) $\log(x^{-\frac{1}{2}} * y^{-3})$

- d) $\ln(9xy^2\sqrt{(x^2+y^2)*c})$
 e) $\ln(\frac{x}{y})^x$

7.11 Aufgabe Nr. 4342

Lösen Sie die folgenden Gleichungen

- a) $\log_3(x) = 4$
 b) $\log_x(144) = 2$
 c) $\log_2(|x|) = 3$
 d) $e^{x^2+2x} = 3$

7.12 Aufgabe Nr. 657

Lösen Sie die folgenden Gleichungen mithilfe der Logarithmen-Gesetze:

1. $3^{x-12} = 9^{-4x}$
 2. $\log_2(x-4) = \log_2(2x-4)$
 3. $5^{2x-1} = 1$
 4. $\log_5(x^2 - 2x + 26) = 2$

7.13 Aufgabe Nr. 4345

Führen Sie die folgenden Umwandlung durch

- a) $y = 2^x$ In einer e-Funktion
 b) $y = 3^x$ In eine Exponentialfunktion der Basis 4
 c) $y = (\frac{1}{7})^x$ In eine Exponentialfunktion der Basis 2
 d) $y = e^x$ In eine Exponentialfunktion der Basis 10

7.14 Aufgabe Nr. 4340

Berechnen Sie mit Hilfe des natürlichen Logarithmus bzw. stellen Sie den Term mit Hilfe des natürlichen Logarithmus dar.

- a) $\log_5(30)$
 b) $\log_{3,6}(27)$
 c) $\log_7(x) + \log_9(x)$
 d) $\log_x(23)^a$
 e) $\log_9(\frac{x}{\log_{10} 3})$

7.15 Aufgabe Nr. 666

Lösen sie die Gleichung nach X auf:

1. $\log_5(2) + \log_5(x-9) + 1 = \log_5 x$
 2. $\log_2(5) + \log_2(x) - \log_2(1+x^2) = 1$

7.16 Aufgabe Nr. 660

Berechnen Sie x durch Anwendung der Logarithmusdefinition oder der Logarithmen-Gesetze.

1. $\ln(x) = \ln(\sqrt{a-b}) + \frac{1}{2} \ln(a+b) - \frac{1}{3} \ln(a^2-b^2)$
 2. $\log_x \sqrt{8} = \frac{3}{8}$
 3. $\ln(\sqrt{1+x}) - \frac{1}{2} \ln(1-x) = \log_{10}(10^{\ln(\sqrt{9})})$
 4. $\log_x 0.5 = -\frac{1}{6}$

8 Lineare Gleichungssysteme

8.1 Aufgabe Nr. 4396

Löse mit Hilfe der Einsetzungsmethode

$$\text{a) } \begin{array}{rcl} 4x & + & 3y = 14 \\ 2x & - & y = 12 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{rcl} -4x & - & y = 40 \\ x & + & 5y = 9 \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{rcl} -2x & - & 6y = 6 \\ 5x & + & 3y = 42 \end{array}$$

Löse mit Hilfe der Gleichsetzungsmethode

$$\text{d) } \begin{array}{rcl} 4x & + & 2y = 4 \\ -6x & + & 3y = 33 \end{array}$$

$$\text{e) } \begin{array}{rcl} 12x & + & 11y = 18 \\ 16x & - & 7y = -2 \end{array}$$

$$\text{f) } \begin{array}{rcl} 3x & - & 10y = 3 \\ -9x & + & 24y = -10 \end{array}$$

Löse mit Hilfe der Additionsmethode

$$\text{g) } \begin{array}{rcl} 14x & - & 8y = 10 \\ -21x & + & 15y = 60 \end{array}$$

$$\text{h) } \begin{array}{rcl} 18x & + & 24y = -132 \\ 27x & - & 40y = 676 \end{array}$$

$$\text{i) } \begin{array}{rcl} 11x & - & 10y = 13 \\ -8x & + & 7y = -7 \end{array}$$

8.2 Aufgabe Nr. 4398

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{array}{rcl} 12x + 9y & = & 15 \\ 4x + 3y & = & 5 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{rcl} x - 4y & = & 3 \\ -5x + 20y & = & 10 \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{rcl} 4x + 6y & = & 7 \\ 6x + 9y & = & 10 \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{rcl} 6x - 2y & = & -8 \\ -15x + 5y & = & 20 \end{array}$$

8.3 Aufgabe Nr. 4397

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{array}{rcl} 2x + 3y + 5 & = & 5x + 6y - 1 \\ x - 4y - 2 & = & 2x - 2y \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{rcl} 3(x + 5) & = & 2(2y - 1) \\ 4(3x - 6) & = & 3(y + 4) \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{rcl} 5(2x + y) & = & 4(3y - 5x) + 13 \\ 6(8x - 2y + 6) & = & 4(2y - 3x) - 4 \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{rcl} 2(2x + 3y) & = & 3(3x - y) + 5 \\ 4(3x - 4y) & = & 2(x + y) - 10 \end{array}$$

$$\text{e) } \begin{array}{rcl} (x + 5)(y + 1) & = & (x + 8)(y - 3) \\ (x - 3)(y - 1) & = & (x - 1)(y + 3) \end{array}$$

$$\text{f) } \begin{array}{rcl} (x + 2)(y - 3) & = & (x - 3)(y + 4) \\ (x - 6)(y + 9) & = & (x + 4)(y - 5) \end{array}$$

8.4 Aufgabe Nr. 4395

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten: a)

$$\begin{array}{l} 1: 4x - 2y + z = 15 \\ 2: -x + 3y + 4z = 15 \\ 3: 5x - y + 3z = 26 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{l} 1: 2x - 3y + z = 10 \\ 2: x + y - 2z = 6 \\ 3: 3x - y - 4z = -5 \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{l} 1: x + y + z = 1 \\ 2: 17x + y - 7z = 9 \\ 3: 4x + 2y + z = 3 \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{l} 1: 3y - z = 7 \\ 2: 2x - 3y + 2z = -21 \\ 3: 3x + y = -21 \end{array}$$

$$\text{e) } \begin{array}{l} 1: 2x + 7y - z = 13 \\ 2: 17x - 3y + 4z = -9 \\ 3: 3x - 2y + z = -5 \end{array}$$

$$\text{f) } \begin{array}{l} 1: 3x - 4y - 6z = 42 \\ 2: -x - 2y + 3z = -6 \\ 3: 7x + 10y + 6z = 0 \end{array}$$

8.5 Aufgabe Nr. 4374

Norma hat ein Rechteck gezeichnet. Der Umfang beträgt 40cm , der Flächeninhalt beträgt 96cm^2 . Berechnen Sie die Länge und Breite.

9

9.1 Aufgabe Nr. 44

Bestimmen Sie die Nullstellen von $x^2 + 4x + 4$.

9.2 Aufgabe Nr. 4421

Eine Tordurchfahrt hat die Form einer Parabel. Sie ist 6 m hoch und 4 m breit. Ein Fahrzeug ist 3 m breit und 2,20 m hoch.

Kann dieses Fahrzeug die Tordurchfahrt passieren?

Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Funktionsgleichung des Parabelbogens.

9.3 Aufgabe Nr. 1242

Gegeben ist die Parabel $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

1. Bestimmen Sie die Nullstellen und den Schnittpunkt mit der y -Achse von $f(x)$.
2. Bestimmen Sie rechnerisch (quadratische Ergänzung) oder zeichnerisch den Scheitelpunkt von $f(x)$.
3. Bestimmen Sie rechnerisch und zeichnerisch die Steigung der Geraden, die $f(x)$ in $x = 1$ und $x = 3$ schneidet.

9.4 Aufgabe Nr. 1208

Bestimmen Sie Nullstellen und Scheitelpunkt der folgenden Parabeln und zeichnen Sie den Graphen.

1. $f(x) = x^2 + x - 12$
2. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x + 5$
3. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$
4. $f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

10 Lineare Funktionen

10.1 Aufgabe Nr. 4428

Liegen die Punkte $P_1 = (2/1)$ und $P_2 = (-1/5)$ und $P_3 = (-16/27)$ auf der Geraden $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$?

10.2 Aufgabe Nr. 4427

Gegeben sind die 4 Punkte $P_1 = (2/4)$, $P_2 = (-4/1)$, $P_3 = (1/-1)$, $P_4 = (-1/3)$.

- Bestimmen Sie die Gerade $f(x)$, die durch die Punkte P_1 und P_2 geht.
- Bestimmen Sie die Gerade $g(x)$, die durch die Punkte P_3 und P_4 geht.
- Berechnen Sie die Nullstellen der Geraden f und g .
- Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.

10.3 Aufgabe Nr. 4430

Liegen die Punkte $P_1 = (1/3)$, $P_2 = (-1/-7)$, $P_3 = (2/-2)$, $P_4 = (8/7)$ ober oder unterhalb von $f(x) = 4x - 3$?

10.4 Aufgabe Nr. 4419

Die Erzieherinnen und Erzieher im Kindergarten "Kunterbunt" trinken gerne Kaffee der Marke "Brinkmann's Nr. 1". Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.

- Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
- Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
- Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
- Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

10.5 Aufgabe Nr. 4420

Holger hat gerade sein Medizinstudium mit Erfolg abgeschlossen und beteiligt sich an einem Mediziner Austauschprogramm. Er geht für 1 Jahr in die USA. Aus Washington kommt dafür George nach Deutschland. In Deutschland wird die Temperatur in Grad Celsius [$^{\circ}\text{C}$], in Amerika in Grad Fahrenheit [$^{\circ}\text{F}$] gemessen. Holger und George wissen aus dem Studium, dass zwischen beiden Temperaturskalen ein linearer Zusammenhang besteht und 0°C einer Temperatur von 32°F , sowie 100°C einer Temperatur von 212°F entspricht. Sie interessieren sich für eine Funktionsgleichung mit der sie Temperaturen schnell in die für sie jeweils vertraute Einheit umrechnen können.

- Stellen Sie für Holger eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ erlaubt.
- Stellen Sie für George eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ erlaubt.
- Die Temperatur in einem Wannenbad beträgt 95°F , wie viel $^{\circ}\text{C}$ wären das?
- Bei einer Körpertemperatur von 40°C sollten fiebersenkende Maßnahmen getroffen werden. Welcher Temperatur entspräche das in $^{\circ}\text{F}$?

10.6 Aufgabe Nr. 4429

Zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem:

- $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$
- $g(x) = 2x - 4$
- $h(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

10.7 Aufgabe Nr. 679

- Die Gerade g hat die Steigung $m = -1,5$ und läuft durch den Punkt $P(3, -1)$. Geben Sie die Geradengleichung an.
- Prüfen Sie durch Berechnung, ob die Punkte $A(6, 12, 5)$ und $B(9, -9)$ auf der Geraden liegen.
- Bestimmen Sie die Gleichung einer Geraden, die zu g parallel ist, und einen Abstand von 2 zu ihr hat.

10.8 Aufgabe Nr. 682

Ein Dreieck hat die Eckpunkte $A(1/1)$, $B(3/0)$ und $C(2,4)$. Bestimmen Sie die Geradengleichungen, deren Schnittmenge die Punkte des Dreiecks bilden.

11 Ganzrationale und gebrochenrationale Fun

11.1 Aufgabe Nr. 5034

Stellen Sie die folgenden Gleichungen durch Polynome dar und geben Sie jeweils den Grad des Polynoms an.

a) $f(x) = (x - 2)^2 - 4x^3$

b) $f(x) = 2x^3 - (x - 1)^2$

c) $f(x) = (x^2 - 4)(x^3 - x^2 + 4)$

11.2 Aufgabe Nr. 5035

Untersuchen Sie, ob $f(x)$ eine ganzrationale Funktion ist. Geben Sie ggf. den Grad der Funktion und den Wert der Koeffizienten an $(a_0; a_1; a_2 \dots)$.

a) $f(x) = 2$

b) $f(x) = 4x$

c) $f(x) = 2^x$

d) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8}$

e) $f(x) = \sqrt{3} \cdot x^4$

f) $f(x) = \frac{1}{x}$

g) $f(x) = \sqrt{2x + 3}$

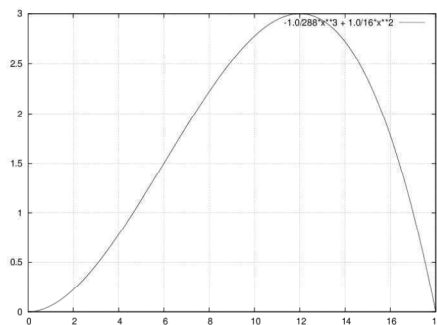
11.3 Aufgabe Nr. 5036

Fertigen Sie eine geeignete Wertetabelle an und zeichnen Sie den Graphen in ein passendes Koordinatensystem: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

11.4 Aufgabe Nr. 4423

Der Graph der Funktion $f(x)$ ist näherungsweise die Flugkurve des Balls bei einem Freistoß in einem Fußballspiel.

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 \quad x > 0$$



- a) Welche maximale Höhe erreicht der Ball?
- b) Überfliegt der Ball die Abwehrmauer (2 m hoch) in 9,15 m?
- c) Wo kommt der Ball wieder auf den Boden?
- d) Wie weit entfernt vom Tor wurde der Freistoß ausgeführt, wenn der Ball in 2 m Höhe die Torlinie überschreitet?

11.5 Aufgabe Nr. 4422

Ein Bogenschütze schießt einen Pfeil senkrecht in die Höhe. Die Höhe h des Pfeils in Abhängigkeit von der Zeit t wird beschrieben durch:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 \text{ mit } h \text{ in Metern und } t \text{ in Sekunden}$$

a) Lösen Sie die Gleichung $h(t) = 0$ und erläutern Sie die Bedeutung der Lösungen.

b) Zeichnen Sie den Graphen von $h(t)$.

c) Nach welcher Zeit hat der Pfeil wieder die Abschusshöhe ($h = 2$) erreicht?

d) Berechnen Sie die größte Höhe, die der Pfeil erreicht.

11.6 Aufgabe Nr. 4424

Gegeben ist die Funktion $f(x)$ durch

$$f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich
- Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion
- Wie verhält sich die Funktion in Unendlichen
- Zeichnen Sie den Graph der Funktion im Intervall von -4 bis 4.

11.7 Aufgabe Nr. 4425

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{x}{2} - 1, \quad h(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich aller Funktionen
- Zeichnen Sie die drei Funktionen
- Berechnen Sie den Schnittpunkt von f und g
- Berechnen Sie die Schnittpunkte von f und h

11.8 Aufgabe Nr. 1238

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-2x-8}$

1. Bestimmen Sie Nullstellen und Polstellen (Nennernullstellen) und Definitionsbereich von $f(x)$.
2. Bestimmen Sie alle Grenzwerte von $f(x)$ an den Rändern des Definitionsbereiches, d.h.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 4-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 4+} f(x)$$

12 Exponentialfunktion

12.1 Aufgabe Nr. 4399

Der Algenteppich eines Sees mit 10000 m^2 Wasseroberfläche beträgt zur Beobachtungsbeginn 95 m^2 . Die Algenfläche nimmt täglich um 17% zu.

1. Bestimme die Gleichung für das Algenwachstum.

2. Wie groß ist die Algenfläche nach 20 Tagen?
3. Nach wie vielen Tagen ist der See völlig mit Algen zugewuchert?
4. Nach wie vielen Tagen ist der Algenteppich 10 mal so groß, wie zu Beobachtungsbeginn?

12.2 Aufgabe Nr. 4394

Ermitteln Sie Verschiebung, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x . Zeichnen Sie jeden Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse. Lesen Sie an dem Graphen ab: Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen Extremwerte und Wendepunkte.

1. $f(x) = e^x$
2. $f(x) = e^{-x}$ für $x \in [-4, 4]$
3. $f(x) = -e^x$ für $x \in [-5, 3]$

12.3 Aufgabe Nr. 4381

Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionen f und g. Zur Kontrolle fertigen Sie bitte eine Zeichnung an.

- $f(x) = 6 \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- $g(x) = \frac{1}{4}3^x$

12.4 Aufgabe Nr. 4363

Eine Braunalge verdoppelt jede Woche ihre Höhe. Zu Beginn der Beobachtung ist sie 1,2m hoch. Das Wasser ist an dieser Stelle 30m tief. Wie viele Wochen dauert es, bis die Braunalge an die Wasseroberfläche gelangt?

12.5 Aufgabe Nr. 4359

Die Erwärmung eines Weizenbieres in einem Biergarten im Sommer kann mit Hilfe der Exponentialfunktion beschrieben werden. Wir betrachten die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(t) = 22 - 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/15}$, die die Temperatur (in °C) zur Zeit t (in min) angibt.

1. Welche Temperatur hatte das frisch eingeschenkte Bier?
2. Erstellen sie eine Wertetabelle und skizzieren sie das Schaubild der Funktion f.
3. Wie viele Minuten nach dem einschenken hat das Bier eine Temperatur von 15°C?

12.6 Aufgabe Nr. 1248

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen und bestimmen Sie jeweils Definitionsbereich und Nullstellen.

1. $f(x) = e^x$
2. $f(x) = e^x + 3$
3. $f(x) = e^{x+2}$
4. $f(x) = e^{x-3}$
5. $f(x) = -e^x$
6. $f(x) = e^{-x}$
7. $f(x) = e^{-x+5}$

12.7 Aufgabe Nr. 2669

Die Funktion $f(x) = x^2 e^{ax} + b$

1. schneidet die y-Achse in $y = 2$,
2. hat ein relatives Extremum in $x = -1$.

Berechnen Sie a und b.

12.8 Aufgabe Nr. 4431

Ein wagen, der einen Neupreis von 14.600 € hatte, verliert jährlich ca. 20% seines Wertes.

1. Wie groß ist der Restwert des Autos nach 5 Jahren?
2. Wann wird der Wagen nur noch 20 % der Neupreises wert sein?

Hinweis: Die Wachstumsfunktion lautet: $B(t) = B(0) \cdot a^t$, a = Wachstumsfaktor, $B(0)$ = Anfangsbestand.

13 Logarithmusfunktion

13.1 Aufgabe Nr. 4415

Zeichnen Sie die Graphen folgender Logarithmusfunktionen und lesen Sie daraus ab: Verschiebungen und Formänderung der Grundfunktion $\ln(x)$, Achsenschnittpunkte, Grenzwerte und Extremwerte.

Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall $[-10; 10]$ liegen.

- a) $f(x) = \ln(x)$ für $[0; 8]$
- b) $f(x) = \ln(x - 1) + 2$ für $[1; 9]$
- c) $f(x) = x \cdot \ln(x)$ für $[0; 8]$
- d) $f(x) = -x \cdot \ln(-x)$ für $[-8; 0]$
- e) $f(x) = \frac{1}{2} \ln(x) + 1$ für $[0; 8]$

13.2 Aufgabe Nr. 1246

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen und bestimmen Sie jeweils Definitionsbereich und Nullstellen.

1. $f(x) = \ln(x)$
2. $f(x) = \ln(x) - 2$
3. $f(x) = \ln(x + 2)$
4. $f(x) = -\ln(x - 2)$
5. $f(x) = -\ln(5x)$

13.3 Aufgabe Nr. 1243

Die folgende Funktion ist stetig in ihrem Definitionsbereich.

$$f(x) = \frac{(1 - x^2)e^x}{\ln(x)}$$

1. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich.
2. Zeigen Sie die Stetigkeit mit den Stetigkeitssätzen.

13.4 Aufgabe Nr. 1241

Bestimmen Sie Definitionsbereich und Nullstellen der folgenden Funktionen.

1. $f(x) = \ln(2x - 3)$
2. $f(x) = e^{5x+3} \cdot (x^2 - 4)$
3. $f(x) = \sqrt{\ln(x - 3)}$

13.5 Aufgabe Nr. 1086

Zerlegen Sie die folgenden Terme mit Hilfe der Logarithmengesetze

1. $\ln\left(\frac{\sqrt{4-x}}{5x(y-x)^2}\right)$
2. $\log\left(10 \cdot \sqrt{\frac{1+a^2}{1-a^2}}\right)$

14 Trigonometrische Funktionen

14.1 Aufgabe Nr. 689

Sei jeweils das Dreieck ABC gegeben. Berechnen Sie alle fehlenden Größen.

1. $a = 6cm$, $b = 4cm$ und $\alpha = 60^\circ$
2. $\beta = 40^\circ$, $\gamma = 35^\circ$ und $a = 7cm$
3. $a = 4cm$, $b = 7cm$ und $\gamma = 23^\circ$
4. $a = 2$, $c = 4cm$ und $b = 5cm$

14.2 Aufgabe Nr. 707

Berechnen Sie die fehlenden Seitenlängen und Winkel folgender Dreiecke ABC:

1. $b = 6,2cm$, $c = 5,5cm$, und $\beta = 42,4^\circ$
2. $a = 35,7cm$, $\alpha = 44,6^\circ$ und $\gamma = 105,8^\circ$
3. $a = b = 13,5cm$ und $\gamma = 72,4^\circ$
4. $a = 86mm$, $\beta = 50mm$ und $c = 61mm$

14.3 Aufgabe Nr. 708

Entscheiden Sie mit Hilfe des Einheitskreises, ob folgende sinus- und cosinus-Werte positiv, negativ oder gleich 0 sind:

$$\sin(38^\circ), \sin(249^\circ), \sin(105^\circ), \cos(214^\circ), \cos(299^\circ), \sin(311^\circ)$$

14.4 Aufgabe Nr. 147

Berechnen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme $\sin(x + \frac{3\pi}{2})$ und $\cos(x + x)$.

14.5 Aufgabe Nr. 710

Rechnen Sie die folgenden Winkel in Bogenmaß bzw. umgekehrt um:

$$45^\circ, 1^\circ, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}, 450^\circ, 3\pi$$

14.6 Aufgabe Nr. 2522

Beweisen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass

$$\sin(x+y)\sin(x-y) = \cos^2(y) - \cos^2(x)$$

und

$$\cos(x+y)\cos(x-y) = \cos^2(y) - \sin^2(x)$$

14.7 Aufgabe Nr. 3001

Beweisen Sie mit Hilfe der Additionstheorem

$$\begin{aligned}\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) &= 2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) &= 2 \cos(\alpha) \cos(\beta)\end{aligned}$$

14.8 Aufgabe Nr. 3070

Bringen Sie den Ausdruck $\pi \sin(3x) + 6 \cos(3x)$ auf die Form $A \sin(3x + \pi)$ mit geeigneten A und φ .

14.9 Aufgabe Nr. 3667

Zeigen Sie mittels des Additionstheorems des Cosinus, dass

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \quad \text{und} \quad \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

14.10 Aufgabe Nr. 3809

Bestimme ohne Taschenrechner:

1. $\sin(-\frac{\pi}{2}) = x$
2. $\sin(7\pi) = x$
3. $\sin(\frac{17\pi}{6}) = x$
4. $\cos(-\frac{\pi}{2}) = x$
5. $\cos(-5\pi) = x$
6. $\cos(-\frac{3\pi}{4}) = x$
7. $\sin(x) = \frac{1}{2}$
8. $\sin(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
9. $\sin(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$
10. $\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

14.11 Aufgabe Nr. 3810

Berechnen Sie mit Hilfe des Sinussatzes:

Geg:

$$b = 5\text{cm}$$

$$\gamma = 63^\circ$$

$$\beta = 56^\circ$$

Ges:

Seite a

Seite c

Winkel α

Höhe h_c

14.12 Aufgabe Nr. 3811

- Bestimmen Sie den zweiten Winkel α
 - $\sin(\alpha) = -\sin(25^\circ)$
 - $\cos(\alpha) = -\cos(80^\circ)$
- In welchen beiden Quadranten liegt jeweils der Punkt P $(\cos(\alpha)/\sin(\alpha))$ für den gilt:
 - $\cos(\alpha) > 0$
 - $\sin(\alpha) > 0$
 - $\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) > 0$
- Geben sie den Quadranten und jeweils zwei Winkel an für die Folgendes gilt:
 - $\sin(\alpha) > 0$ und $\cos(\alpha) < 0$
 - $\sin(\alpha) < 0$ und $\cos(\alpha) > 0$

14.13 Aufgabe Nr. 3813

Gegeben sind drei Seiten und kein Winkel:

$$\begin{aligned}a &= 6,6\text{cm} \\b &= 5,4\text{cm} \\c &= 7,6\text{cm}\end{aligned}$$

Wie groß ist der Winkel α ?

14.14 Aufgabe Nr. 3814

Berechnen Sie:

- $\arcsin()$
 - $\arcsin(0) = x$
 - $\arcsin(-\frac{1}{2}) = x$
 - $\arcsin(-1) = x$
 - $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2}) = x$
- $\arccos()$
 - $\arccos(1) = x$
 - $\arccos(\frac{1}{2}) = x$
 - $\arccos(0) = x$
 - $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = x$
- $\arctan()$
 - $\arctan(0) = x$
 - $\arctan(\sqrt{3}) = x$
 - $\arctan(-\sqrt{3}) = x$
 - $\arctan(-\frac{\sqrt{3}}{3}) = x$

14.15 Aufgabe Nr. 3815

Durch etwas komplizierte Herleitungen erhält man folgende drei Beziehungen:

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$

Gegeben:

$$\begin{aligned}c &= 1,4\text{km} \\b &= 2,2\text{km}\end{aligned}$$

$$\alpha = 82^\circ$$

Gesucht:
a = ?

14.16 Aufgabe Nr. 1195

Bestimmen Sie die Nullstellen von

1. $f(x) = \ln(x^2)$
2. $f(x) = \sin(2x + 1)$
3. $f(x) = \cos(2x) + 1$

14.17 Aufgabe Nr. 1207

Gegeben sind die Funktionen

$$f_1(x) = \sin(2x) + 1, \quad f_2(x) = 2 \cdot \cos(x - \pi)$$

Zeichnen Sie beide Funktionen und berechnen Sie ihre Nullstellen.

14.18 Aufgabe Nr. 146

Sei $u(t) = R \sin(\omega t) - \omega L \cos(\omega t)$. Bestimmen Sie Konstanten A und φ so, dass

$$u(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Tipp Benutzen Sie das Additionstheorem der Sinus-Funktion und vergleichen Sie dann die Koeffizienten vor $\sin(\omega t)$ und $\cos(\omega t)$.

14.19 Aufgabe Nr. 4130

Skizzieren sie die folgenden Funktionen und berechnen sie **alle** Nullstellen.

1. $f_1(x) = 2 \cos(x)$
2. $f_2(x) = 2 \cos(x) + 2$
3. $f_3(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$
4. $f_4(x) = \sin(2x)$

15 Rechnen mit Vektoren

15.1 Aufgabe Nr. 1393

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Zeichnen und berechnen Sie

1. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
2. $\vec{a} \pm \vec{b}$
3. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
4. $-2\vec{a} - 3\vec{c}$

15.2 Aufgabe Nr. 2640

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie:

1. $\vec{a} + \vec{b}$
2. $\vec{a} - 3 \cdot \vec{b} + 2 \cdot \vec{c}$
3. $||\vec{a}||, ||\vec{b}||, ||\vec{c}||$
4. $||\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}||$
5. $\vec{a} \cdot \vec{b}$
6. $(\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b}$
7. $\vec{a} \cdot (\vec{c} \cdot \vec{b})$
8. $(\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{c}$
9. $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$
10. $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
11. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$
12. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
13. $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c})$
14. die Winkel zwischen den Vektoren

15.3 Aufgabe Nr. 1391

Es seien die folgenden Vektoren gegeben.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

1. $\vec{a} \pm \vec{b}$
2. $\vec{a} \cdot \vec{c}$
3. $\vec{a} \cdot (2\vec{b} + \vec{c})$
4. $||\vec{a}||, ||\vec{b}||, ||\vec{a} - \vec{c}||$

15.4 Aufgabe Nr. 1389

Es seien die folgenden Vektoren gegeben.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

1. $\vec{a} \pm \vec{b}$
2. $5 \cdot \vec{c}$
3. $5 \cdot \vec{a} - 2 \cdot \vec{b} + 3 \cdot \vec{c}$
4. $||\vec{a}||, ||\vec{b}||, ||\vec{c}||$
5. $\vec{a} \cdot \vec{b}$
6. $2\vec{b} \cdot (-3)\vec{c}$

15.5 Aufgabe Nr. 3093

Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

1. $2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$
2. $||\vec{b} + \vec{c}||$
3. $(\vec{a} - 3\vec{d}) \cdot \vec{c}$
4. $\vec{a} \cdot (3\vec{d} + \vec{c})$

16 Elementare Geometrie

16.1 Aufgabe Nr. 683

1. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 10 cm lang. Eine Kathete hat die Länge 6 cm. Wie lang ist die andere Kathete?
2. Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks haben Längen von 3 bzw. 6 cm. Ist die Hypotenuse länger oder kürzer als 8 cm?
3. Die Länge einer Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 3cm. Die Hypotenuse ist 5 cm lang. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

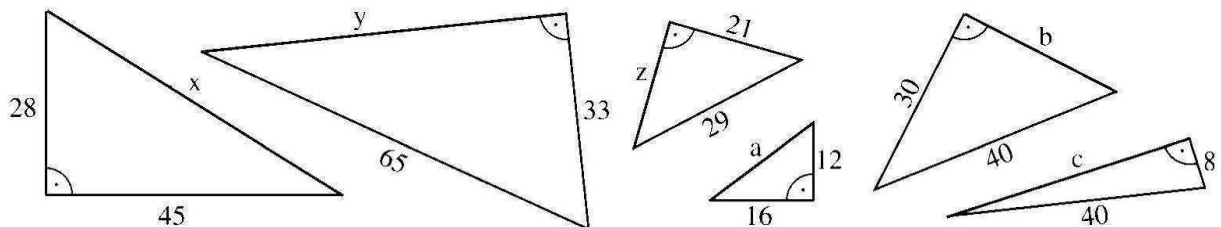
16.2 Aufgabe Nr. 4403

Vervollständigen Sie folgende Tabelle:

Kathete a	6	12		24	12	13	17	15
Kathete b	8		21	7	8	11		
Hypotenuse c		13	29				19	17

16.3 Aufgabe Nr. 4412

Berechnen Sie jeweils die Länge der dritten Seite:



16.4 Aufgabe Nr. 684

Sie stehen vor einer quadratischen Pyramide. Sie überlegen sich, dass der kürzeste Weg zur Spitze von der Mitte einer Grundseite gerade nach oben führt. Die Grundseite ist 120m lang. Als Sie oben ankommen haben Sie eine Strecke von 80m zurückgelegt. Auf welcher Höhe befinden Sie sich?

16.5 Aufgabe Nr. 4402

Vervollständigen Sie die Tabelle für ein Rechteck mit den Seiten a und b und dem Flächeninhalt A :

a	3,6cm	2,5cm	
b	2,5cm		1,5dm
d		36mm	
A			240cm ²

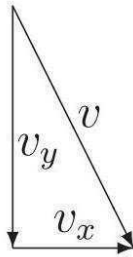
16.6 Aufgabe Nr. 4404

Berechnen Sie Inkreisradius und Kantenlänge eines regelmäßigen Sechsecks mit Umkreisradius r (allgemein in Abhängigkeit von r).

16.7 Aufgabe Nr. 4405

Anwendung in der Physik: Geschwindigkeitspfeile werden oft zerlegt in Horizontalgeschwindigkeit v_x und Vertikalgeschwindigkeit v_y .

Dabei können v_x und v_y je nach Richtung (rechts/links bzw. oben/unten) positiv oder negativ sein. Beim Vektor $\vec{v}$ betrachten wir hier die Pfeillänge $|\vec{v}|$.

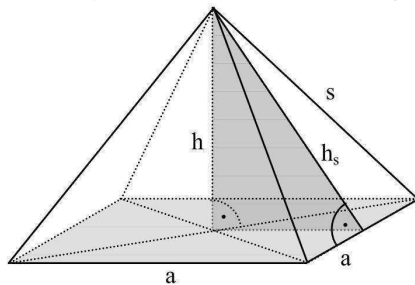


Ergänzen Sie die Tabelle:

v_x	5	6			3	7
v_y	12	-8	0,8	15		
$ \vec{v} $			1	17	5	25

16.8 Aufgabe Nr. 4406

Die abgebildete Pyramide hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge a . Die schrägen Seitenflächen haben die Seitenlänge s und die Seitenhöhe h_s . Die Höhe der Pyramide ist h . Alle Maßangaben sind in cm .



Vervollständigen Sie die Tabelle:

a	4	6	4	6			
s				5	5	6	
h_s			3			5	6
h	5	3			4		5

16.9 Aufgabe Nr. 4408

Zeichne die Punkte P und Q jeweils in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit $1cm$ ein und bestimme ihren Abstand durch Zeichnung und Rechnung.

- $P(2 | 1)$ und $Q(5 | 5)$
- $P(-3 | 4)$ und $Q(2 | -1)$
- $P(-3 | -1)$ und $Q(0 | 4)$
- $P(3 | 0)$ und $Q(-4 | 0)$

16.10 Aufgabe Nr. 688

Die Geraden g_1 und g_2 schneiden sich im Ursprung, also im Punkt $(0, 0)$. Die beiden Geraden h_1 und h_2 verlaufen parallel zur y-Achse, ihr Abstand beträgt 2cm. Angenommen, g_1 ist parallel zur x-Achse. Der Abstand des Schnittpunktes von g_1 und h_1 zum Ursprung beträgt 4cm, der Abstand von $(0, 0)$ zum Schnittpunkt von g_2 und h_1 betrage 7 cm. Wie weit ist der Schnittpunkt von g_2 und h_2 vom Nullpunkt entfernt?

16.11 Aufgabe Nr. 3561

Stellen Sie sich vor, dass um die Erde ein Seil gelegt ist, dass auf Meereshöhe den Äquator umschließt. Sie schneiden nun das Seil auf und verlängern es um einen Meter. Danach wird das Seil wieder gleichmäßig um die Erde gelegt. Kann nun eine Maus unter dem Band durchschlüpfen?

16.12 Aufgabe Nr. 722

Ein Rad hat einen Umfang von 1,54 m und dreht sich auf einer Strecke 51 mal.

1. Wie oft dreht sich ein Rad vom Umfang 1,60 m auf derselben Strecke?
2. Welchen Umfang besitzt ein Rad, das sich auf dieser Strecke 30 mal dreht?

16.13 Aufgabe Nr. 706

1. Ein Dreieck mit Fläche 96cm^2 besitzt die Höhen $h_a = 16\text{cm}$, $h_b = 10\frac{2}{3}\text{cm}^2$ und $h_c = 12\text{cm}$. Berechnen Sie den Umfang.
2. Welchen Durchmesser hat ein Zylinder mit $V = 100\text{l}$ und der Höhe $h = 40\text{cm}$?
3. Der Mantel eines Kegels ist viermal so gross wie der Kegelgrundkreis. Wie groß ist der Mittelpunktswinkel α des in einer Ebene abgewickelten Mantels?
4. Ein Kreiskegel hat die Höhe 8 cm. Die Abwicklung seines Kegelmantels in einer Ebene ergibt einen Halbkreis. Berechnen Sie die Größe der Oberfläche und das Volumen des Kegels.

16.14 Aufgabe Nr. 687

Eine Dreiecksseite einer Pyramide hat einen Flächeninhalt von 24m^2 . Die Seiten sind gleichseitig.

1. Welche Oberfläche hat die Pyramide? Wie hoch ist sie?
2. Ägyptischer Basalt hat eine Dichte von $2,56\frac{\text{t}}{\text{qm}^3}$. Wie schwer ist sie?
3. Eine weitere Pyramide hat den gleichen Rauminhalt wie die erste, ist aber doppelt so hoch. Wie lang ist eine ihrer quadratischen Grundseiten?

17 Ableitungsregeln

17.1 Aufgabe Nr. 151

Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1$.

Aufgabe 1 (3861) : Geben Sie die erste Ableitung f' von f mithilfe der Potenzregel an:

a) $f(x) = x^4$

b) $f(x) = x^{17}$

c) $f(x) = 23$

d) $f(x) = \sqrt{x}$

e) $f(x) = x^{-3}$

f) $f(x) = \frac{1}{x^7}$

g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

h) $f(x) = x^a$

Aufgabe 2 (3862) : Bilden Sie die Ableitungsfunktion mithilfe der Faktorregel und vereinfachen Sie:

a) $f(x) = 2x^5$

b) $f(x) = \frac{1}{3}x^{18}$

c) $f(x) = 12x^{-4}$

d) $f(x) = 24x^{\frac{1}{2}}$

e) $f(x) = 3x^{-9}$

f) $f(x) = \frac{b}{a}x^a$

Aufgabe 3 (3863) : Bilden Sie die Ableitungsfunktion. Wenden Sie die Summenregel an.

a) $f(x) = 2x^5 + 3x$

b) $f(x) = 0,5x^7 - x^2$

c) $f(x) = -x^4 - x$

d) $f(x) = 7x^{-3} - 12$

e) $f(x) = 1 + x^{19}$

f) $f(x) = 2x(x^5 - \frac{1}{x})$

g) $f(x) = 0,5x^{-3} - 3\sqrt{x}$

h) $f(x) = ax^b + bx$

Aufgabe 4 (1215) : Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen

1. $f(x) = \ln(g(x))$

2. $f(x) = e^{g(x)}$
3. $f(x) = \sqrt{g(x)}$
4. $f(x) = (g(x))^n$

Aufgabe 5 (1227) : Führen Sie für die folgende Funktion eine Kurvendiskussion durch

$$f(x) = x^3 - 2x + 4$$

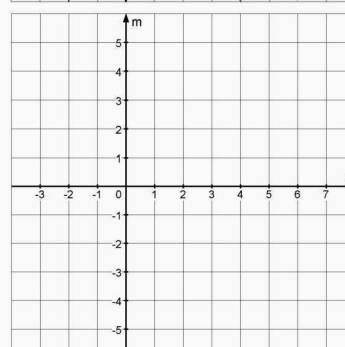
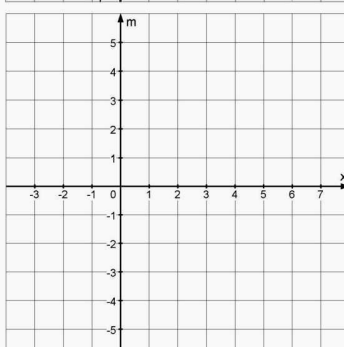
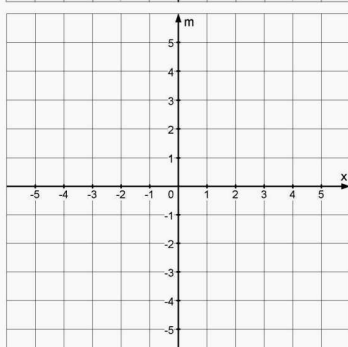
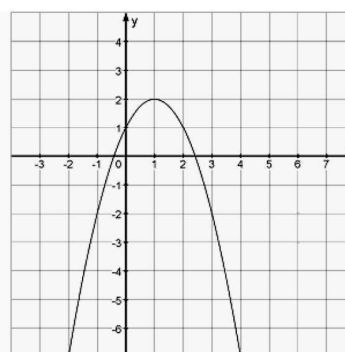
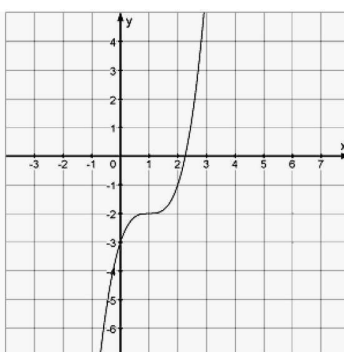
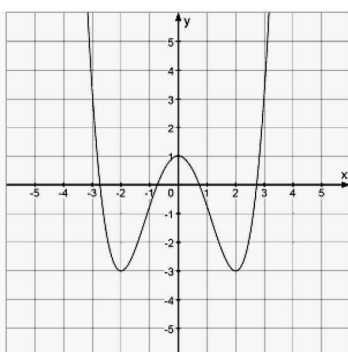
Aufgabe 6 (1228) : Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

Bestimmen Sie Definitionsbereich, Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte.

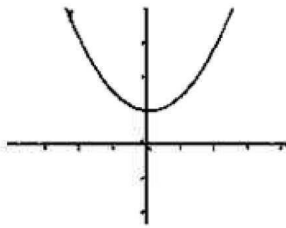
Graphisches Differenzieren

Aufgabe 1: Skizzieren Sie jeweils möglichst genau den Graphen der Ableitungsfunktion.

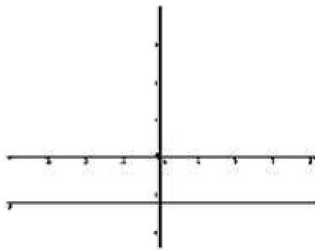


Aufgabe 2: Ordnen Sie folgenden Graphen die Graphen von Ableitungsfunktionen zu.

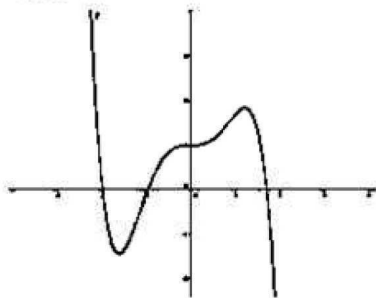
f(x)



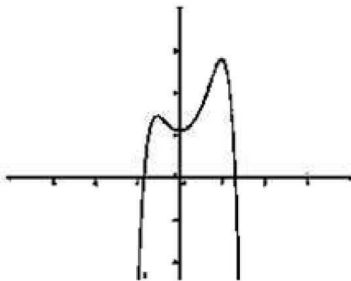
g(x)



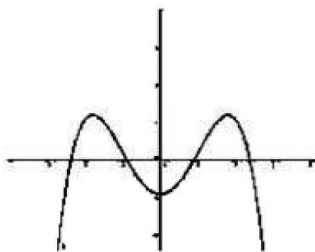
h(x)



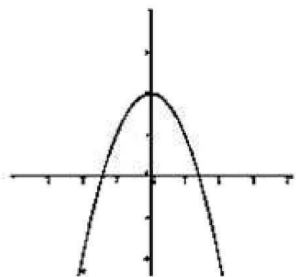
i(x)



j(x)

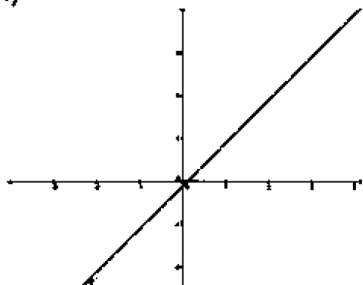


k(x)

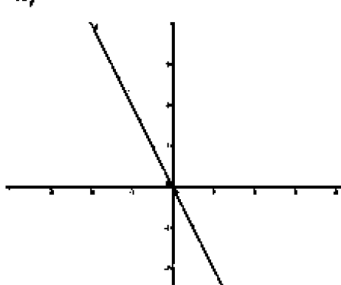


Graphen von Ableitungsfunktionen:

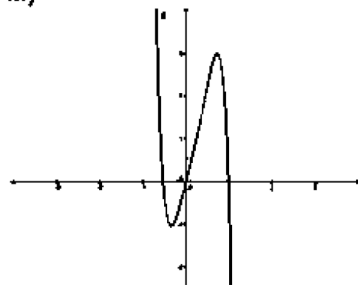
i)



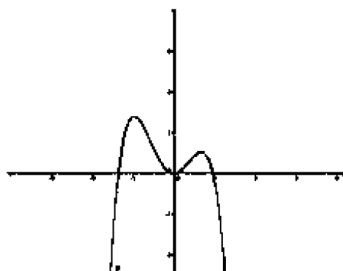
ii)



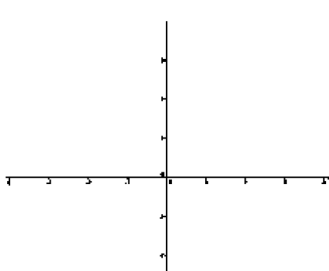
iii)



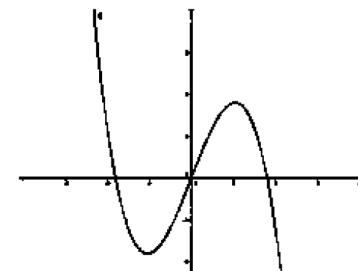
iv)



v)



vi)



Tangentenproblem

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f an der Stelle x_0 :

a) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - x$; $x_0 = 1$

b) $f(x) = 2x^{10} - x^2$; $x_0 = 3$

c) $f(x) = x^5 - 12x$; $x_0 = 0,5$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion $f(x) = x^3$, die zu der Geraden mit der Gleichung

a) $y = 12x + 5$ parallel ist;

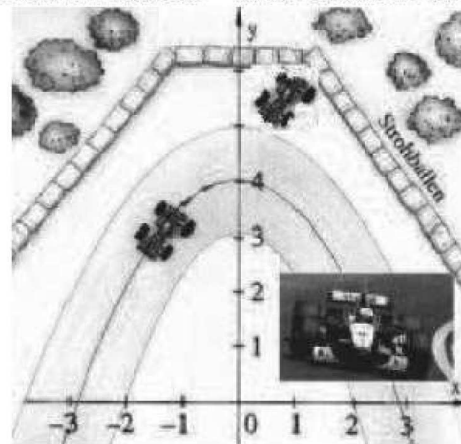
b) $y = 0,75x - 7$ parallel ist.

Rennwagen

Der Rennwagen von K. Oht findet sich während einer Trainingsrunde mit der Nase in den Strohballen wieder. K. Oht ist zum Glück unversehrt und nun löchert ihn sein Teamchef, wo er von der Strecke abgekommen sei, damit dies im Qualifikationslauf nicht wieder geschieht. K. Oht steht noch völlig unter Schock und kann sich nur erinnern, dass er gerade noch auf sich sehr stolz war, auf der Ideallinie gefahren zu sein. Doch Glück im Unglück: die sechzehnjährigen Zwillinge des Teamchefs, Jan und Anna, sind anwesend. Jan schaut sich den Streckenabschnitt an und meint im Scherz: „Na, das sieht doch aus wie eine Parabel.“ Darauf meint Anna: „Hat dir die Mathearbeit schon so das Gehirn vernebelt? ... Hmm, aber recht könntest Du haben.“ Anna skizziert die Streckenkurve ab, legt ein Koordinatensystem hinein und überlegt...

Jan setzt sich zu Anna und sie überlegen sich, dass die Ideallinie durch $f(x) = 4 - 0,5x^2$ beschrieben werden kann. So wie sie K. Oht kennen und einschätzen hat der wohl mal wieder zu spät gebremst und ist also geradlinig in die Strohballen gerutscht. Dort ist er am Punkt $S(1|6)$ zum Stehen gekommen.

Doch wo ist er von der Strecke abgekommen???



Was meinen Sie?

18 Integralrechnung

18.1 Aufgabe Nr. 1289

Sei $f(x) = x^2 - 2x - 3$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

1. Bestimmen Sie das bestimmte Integral $\int_{-10}^{10} f(x) dx$
2. Bestimmen Sie die absolute Fläche zwischen der x - Achse und der Funktion $f(x)$ im Intervall $[-10; 10]$

18.2 Aufgabe Nr. 735

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

1. $\int_0^1 x^3 dx$
2. $\int_0^2 3x^2 + 4x^5 dx$
3. $\int_0^\pi 4 \sin(x) - 2 \cos(x) dx$
4. $\int_1^0 e^x dx$