

Übersicht

1. Rechengesetze
2. Elementare Gleichungen
3. Anordnung und Betrag
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. **Funktionen**
11. Ungleichungen
12. Elementargeometrie
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule** 
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen

- 10.1 Funktionsbegriff
- 10.2 Lineare Funktionen (Geraden)
- 10.3 Quadratische Funktionen (Parabeln)
- 10.4 Ganzrationale Funktionen
- 10.5 Gebrochenrationale Funktionen
- 10.6 Die Exponentialfunktion
- 10.7 Die Logarithmusfunktion
- 10.8 **Trigonometrische Funktionen**



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule** 
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am rechtwinkligen Dreieck (für Winkel von 0 bis 90 Grad)

Sinus α

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Kosinus α

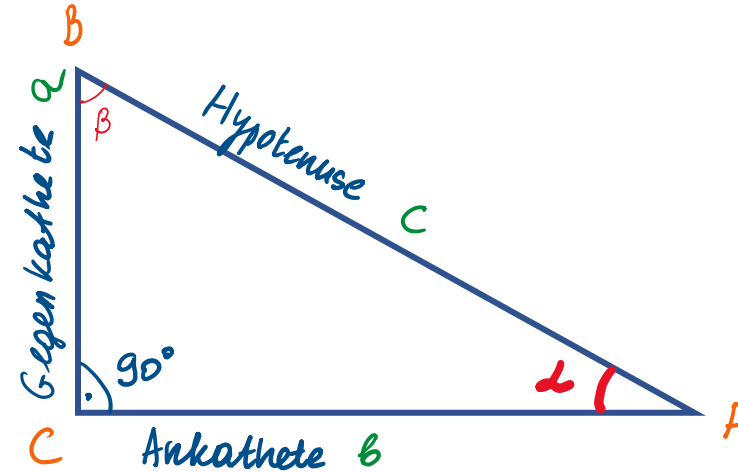
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Tangens α

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Kotangens α

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Bogenmaß

Ein Winkel α kann entweder im **Gradmaß** oder im **Bogenmaß** gemessen werden.

Das **Bogenmaß** x des Winkels α ist das Verhältnis der Bogenlänge zum Radius am Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel α :

$$x = \frac{b_1}{r_1} = \frac{b_2}{r_2} = \frac{b}{r}$$

x ist eine dimensionslose Größe, unabhängig vom Kreisradius r .

Eine volle Umdrehung: $\alpha = 360^\circ \cong \text{Bogenmaß } x = 2\pi$

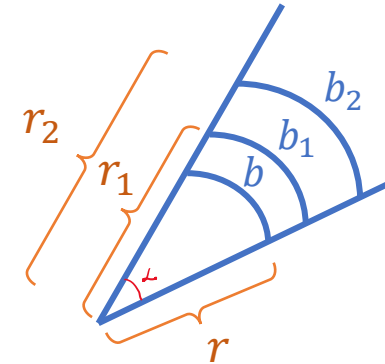
Bezeichnung: Werden Gradmaß und Bogenmaß nebeneinander benutzt, so bezeichnen wir den Winkel in **Gradeinheiten** mit α und in **Bogeneinheiten** mit x („Radiant“, abgekürzt „rad“)

$$\frac{l}{360^\circ} = \frac{x}{2\pi} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{l}{180^\circ} = \frac{x}{\pi}$$

$$l = \frac{180^\circ \cdot x}{\pi}$$

$$x = \frac{\pi \cdot l}{180^\circ}$$



$$\begin{aligned} \frac{20}{9} \pi &= \frac{18+2}{9} \pi \\ &= \left(\frac{18}{9} + \frac{2}{9} \right) \pi \\ &= \left(2 + \frac{2}{9} \right) \pi = 2\pi + \frac{2}{9} \pi = \underline{\underline{\frac{20}{9} \pi}} \end{aligned}$$

$$l = 400^\circ$$

$$x = \frac{\pi \cdot 400^\circ}{180^\circ} = \left(\frac{20}{9} \pi \right)_5$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Bogenmaß

$$60^\circ = 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Ein Winkel α kann entweder im **Gradmaß** oder im **Bogenmaß** gemessen werden.

Das **Bogenmaß** x des Winkels α ist das Verhältnis der Bogenlänge zum Radius am Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel α :

$$x = \frac{b_1}{r_1} = \frac{b_2}{r_2} = \frac{b}{r}$$

x ist eine dimensionslose Größe, unabhängig vom Kreisradius r .

Eine volle Umdrehung: $\alpha = 360^\circ \cong \text{Bogenmaß } x = 2\pi$

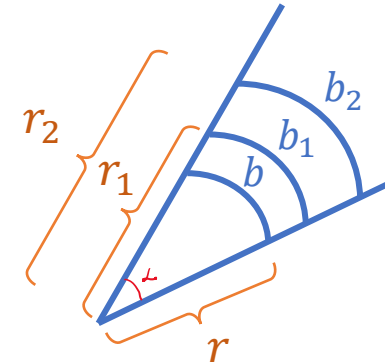
Bezeichnung: Werden Gradmaß und Bogenmaß nebeneinander benutzt, so bezeichnen wir den Winkel in **Gradeinheiten** mit α und in **Bogeneinheiten** mit x („Radiant“, abgekürzt „rad“)

Umrechnungsformel:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{x}{2\pi}$$

$$\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot x$$

$$x = \frac{\pi}{180^\circ} \alpha$$



Beispiel a): Gradmaß $\rightarrow$ Bogenmaß

α	90°	45°	110°	$27,5^\circ$
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{11}{18}\pi$	0,48

Beispiel b): Bogenmaß $\rightarrow$ Gradmaß

x	$\frac{\pi}{3}$	1	2,5
α	60°	$57,3^\circ$	$143,24^\circ$



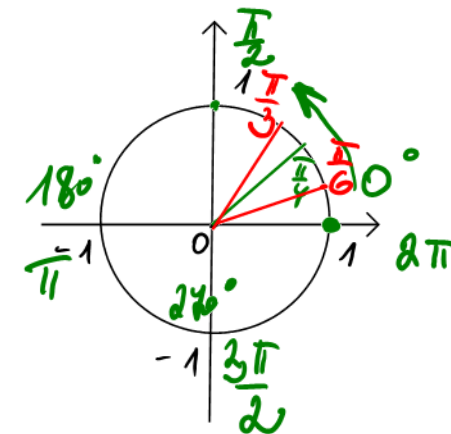
Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\pi} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$



10.8 Trigonometrische Funktionen

Bogenmaß

Ein Winkel α kann entweder im **Gradmaß** oder im **Bogenmaß** gemessen werden.

Das **Bogenmaß** x des Winkels α ist das Verhältnis der Bogenlänge zum Radius am Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel α :

$$x = \frac{b_1}{r_1} = \frac{b_2}{r_2} = \frac{b}{r}$$

x ist eine dimensionslose Größe, unabhängig vom Kreisradius r .

Eine volle Umdrehung: $\alpha = 360^\circ \cong \text{Bogenmaß } x = 2\pi$

Bezeichnung: Werden Gradmaß und Bogenmaß nebeneinander benutzt, so bezeichnen wir den Winkel in **Gradeinheiten** mit α und in **Bogeneinheiten** mit x („Radiant“, abgekürzt „rad“)

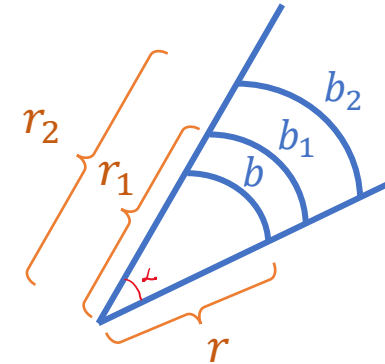
Umrechnungsformel:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{x}{2\pi}$$

$$\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot x$$

$$x = \frac{\pi}{180^\circ} \alpha$$

Winkel werden immer **gegen den Uhrzeigersinn** als **positiv** betrachtet.



Beispiel a): Gradmaß $\rightarrow$ Bogenmaß

α	90°	45°	110°	$27,5^\circ$
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{11}{18}\pi$	0,48

Beispiel b): Bogenmaß $\rightarrow$ Gradmaß

x	$\frac{\pi}{3}$	1	2,5
α	60°	$57,3^\circ$	$143,24^\circ$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

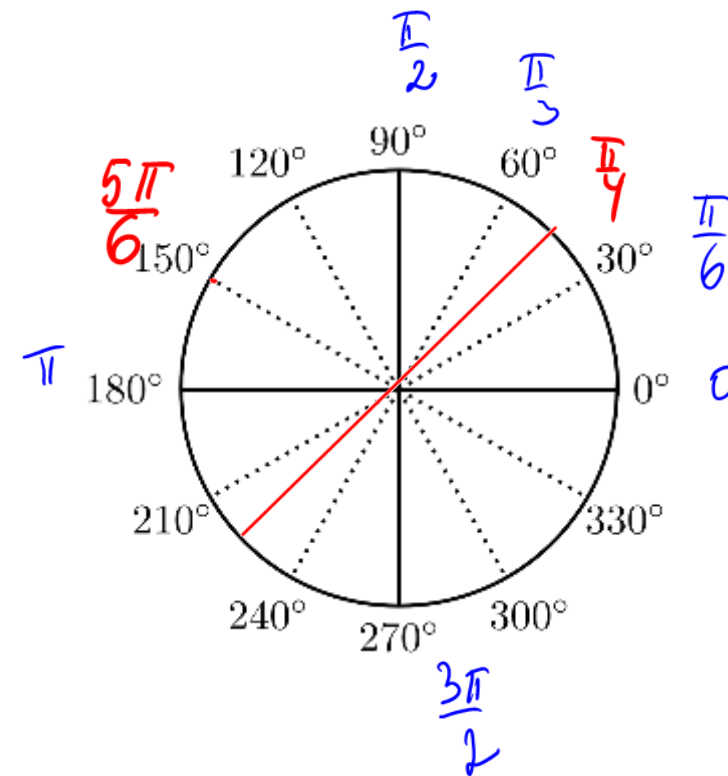
10.8 Trigonometrische Funktionen

Bogenmaß - Wichtige Umrechnungen

→ Einige Bogenmaß-Werte sind besonders.

→ Die Werte aus der Tabelle sollten Sie im Kopf haben!

α_{DEG}	360°	270°	180°	90°	60°	45°	30°
α_{RAD}	2π	$\frac{3}{2}\pi$	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

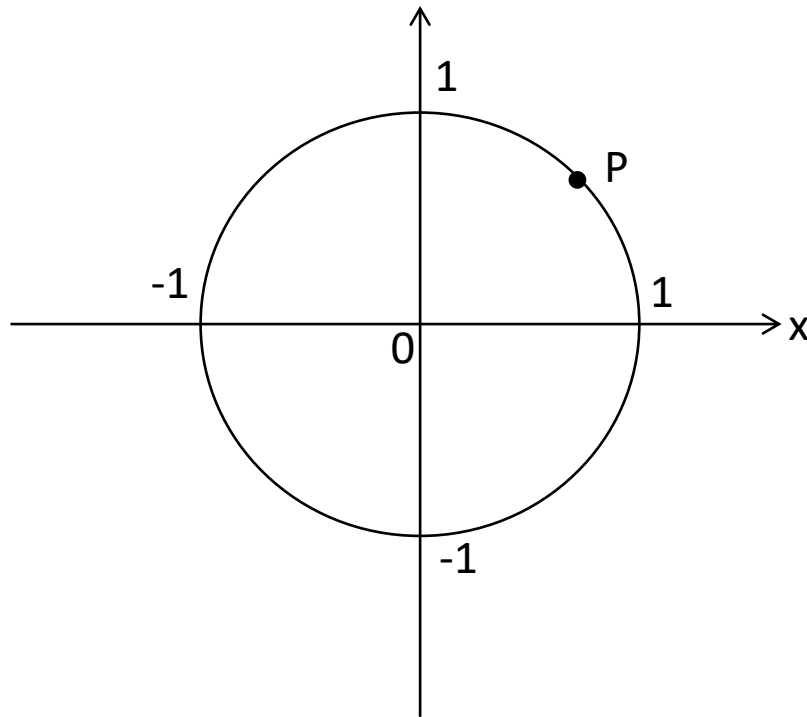
ausgezeichnet als:

Innovative
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)



- Einheitskreis - ein Kreis im kartesischen Koordinatensystem mit Radius $r = 1$
- Wir stellen uns einen Punkt P vor, der sich auf dem Kreisrand gegen Uhrzeigesinn dreht und halten ihn in einer Position fest.



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

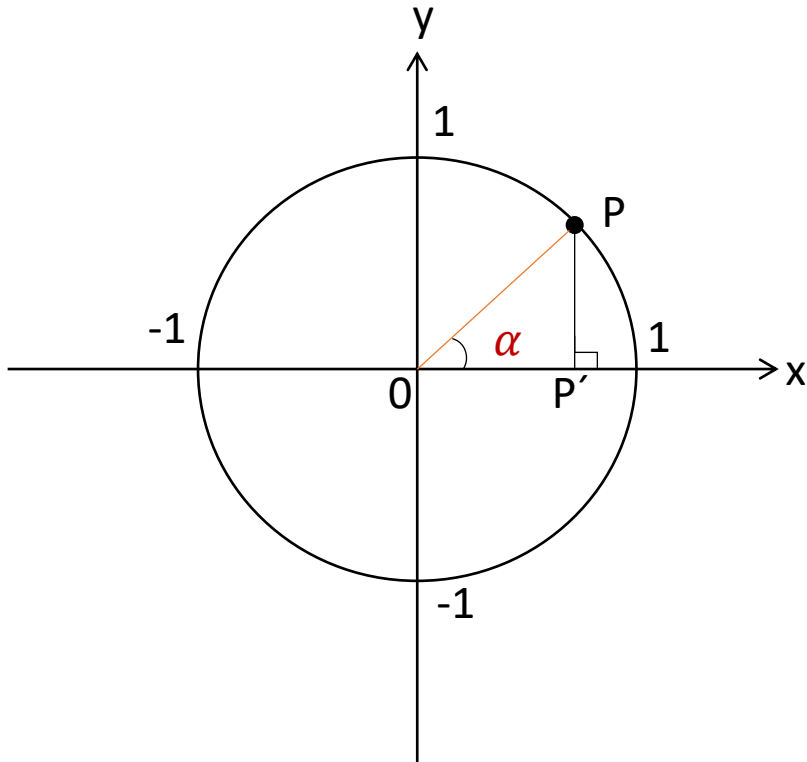
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)



- Ein Lot vom Punkt P auf die x -Achse
- Es entsteht ein rechtwinkliges Dreieck
- Wir betrachten den Winkel $\alpha = POP'$



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

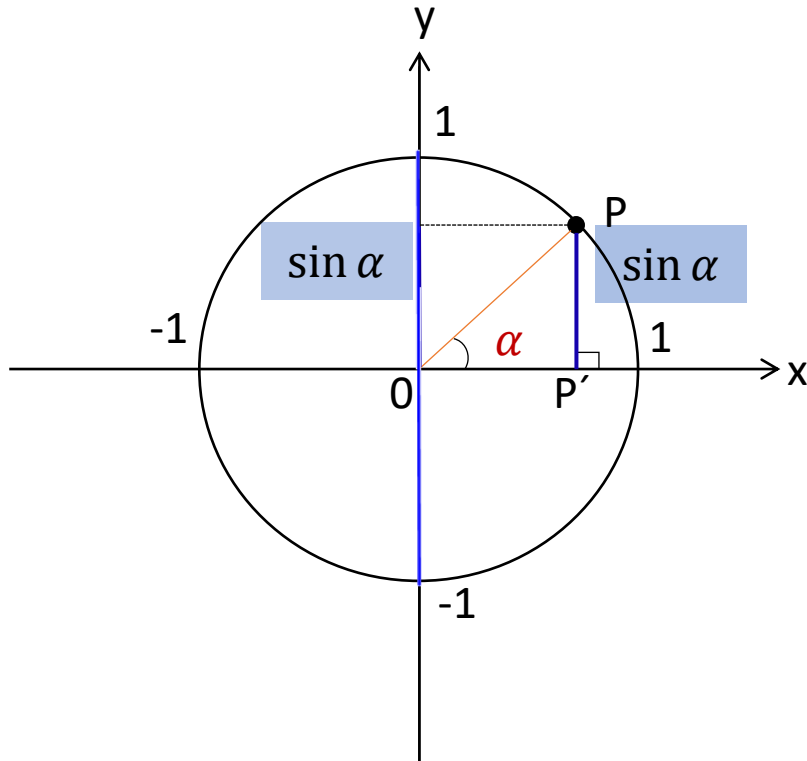
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)

Sinus



$$\sin \alpha = \frac{PP'}{OP} = \frac{PP'}{1} = PP'$$

- Somit ist **Sinus** die Projektion auf die y-Achse
- Wenn der Punkt P sich weiter bewegt, verändert sich entsprechend die Projektion auf die y-Achse.
- Somit kann $\sin \alpha$ maximal **1** für 90° und minimal **-1** für 270° werden.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

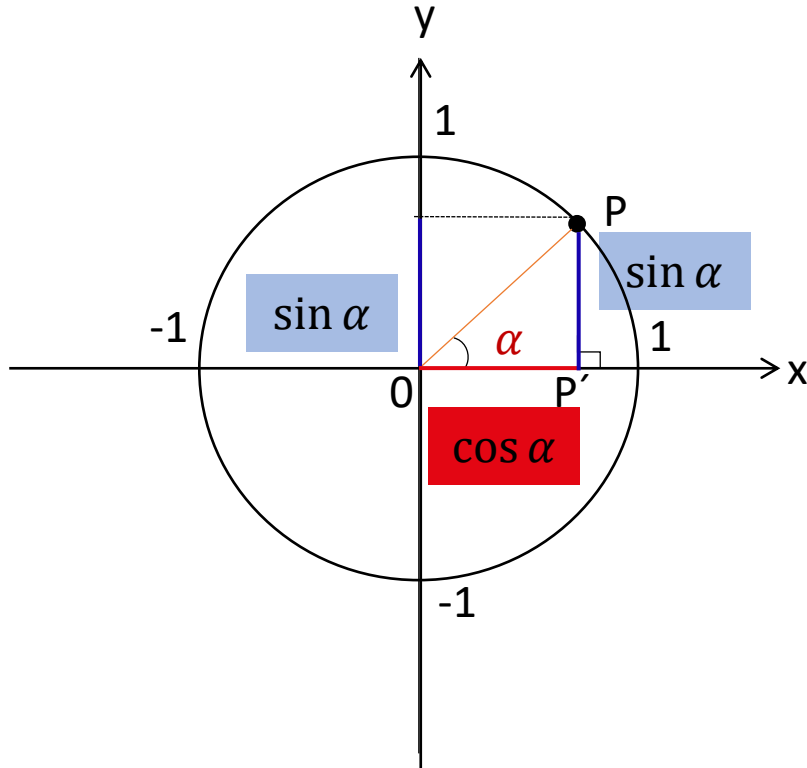
**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)

Kosinus



$$\cos \alpha = \frac{OP'}{OP} = \frac{OP'}{1} = OP'$$

- Somit ist **Kosinus** die Projektion auf die x -Achse
- Wenn der Punkt P sich weiter bewegt, verändert sich entsprechend die Projektion auf die x -Achse.
- Somit kann $\cos \alpha$ maximal **1** für 0° und minimal **-1** für 180° werden.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

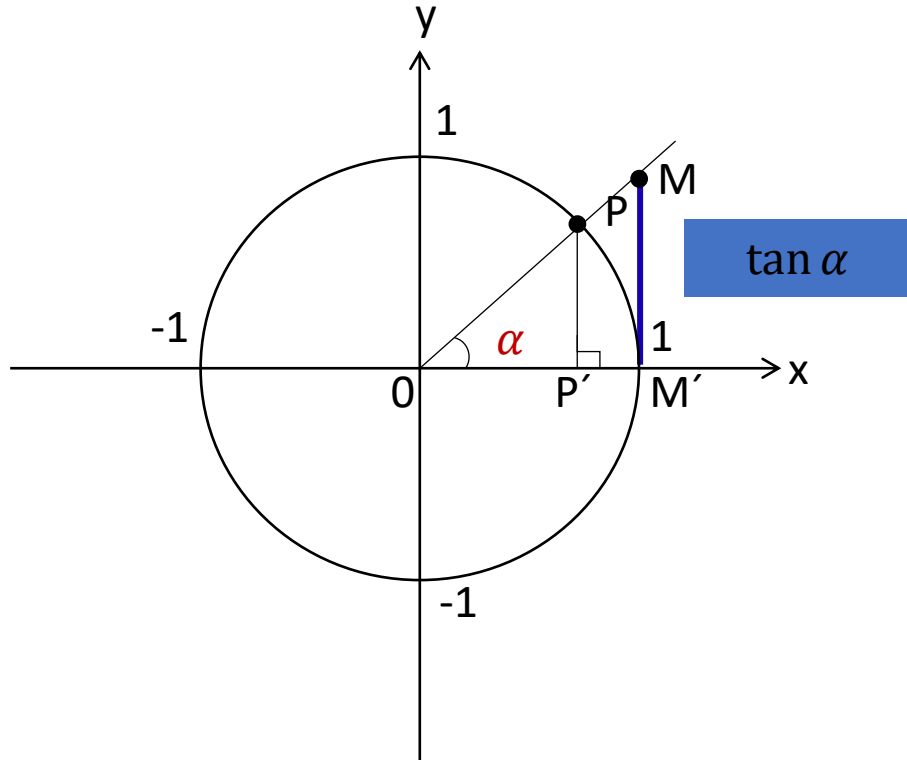
**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)

Tangens



$$\tan \alpha = \frac{MM'}{OM'} = \frac{MM'}{1} = MM'$$

- **Tangens** ist für 0° gleich Null
- Tangens ist für 90° nicht definiert, weil OM' dann gleich Null ist. Durch Null dürfen wir nicht teilen.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

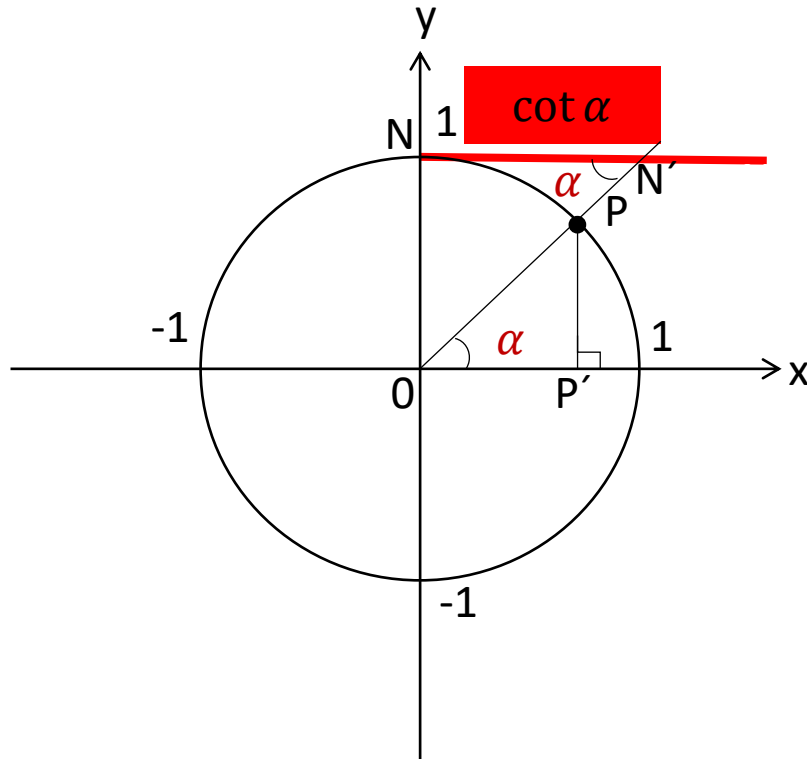
**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)

Kotangens



- Wir verlängern OP bis es die Gerade, die parallel zur x -Achse verläuft, im Punkt N' schneidet.
- Winkel $NN'O = \alpha$ als Wechselwinkel

$$\cot \alpha = \frac{NN'}{ON} = \frac{NN'}{1} = NN'$$

- Kotangens ist für 0° nicht definiert, denn dann ON ist gleich Null. Durch Null dürfen wir nicht teilen.
- Kotangens ist für 90° gleich Null.



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

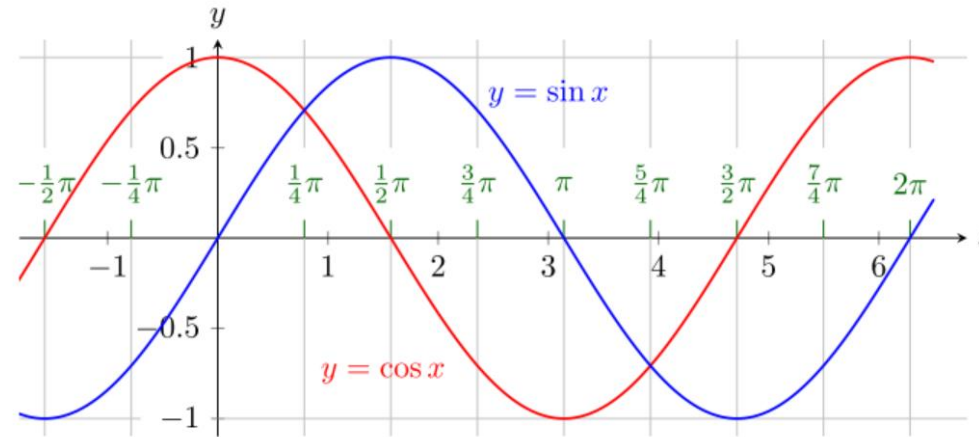
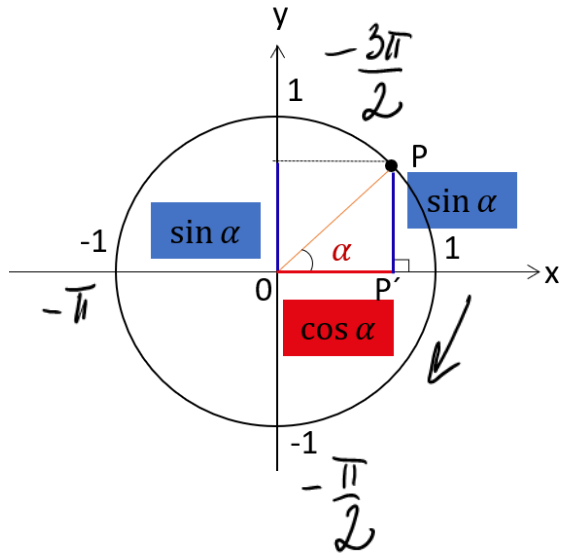
ausgezeichnet als:

Innovative
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)



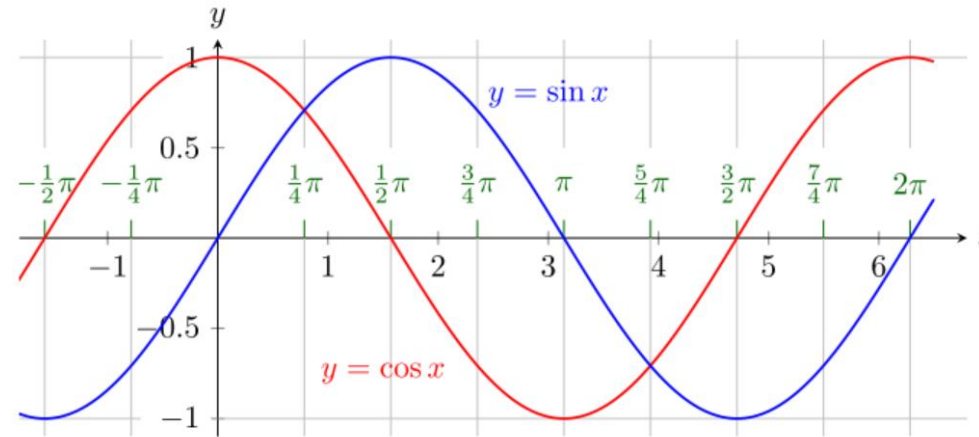
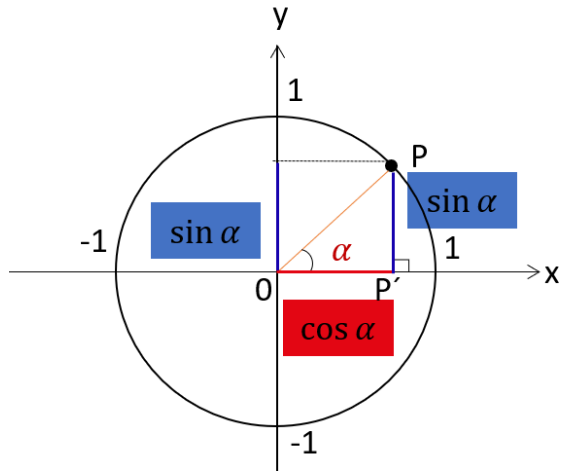
Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)



$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

(ungerade)

Sinusfunktion

$$f(x) = \sin x$$

$$f: D \rightarrow W_f$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$W = [-1, 1]$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

→ punktsymmetrisch

Nullstellen: $k \cdot \pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Kosinusfunktion

$$f(x) = \cos x$$

$$f: D \rightarrow W_f$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$W_f = [-1, 1]$$

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

→ achsensymmetrisch

→ Nullstellen: $\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$f(-x) = f(x)$$

gerade



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

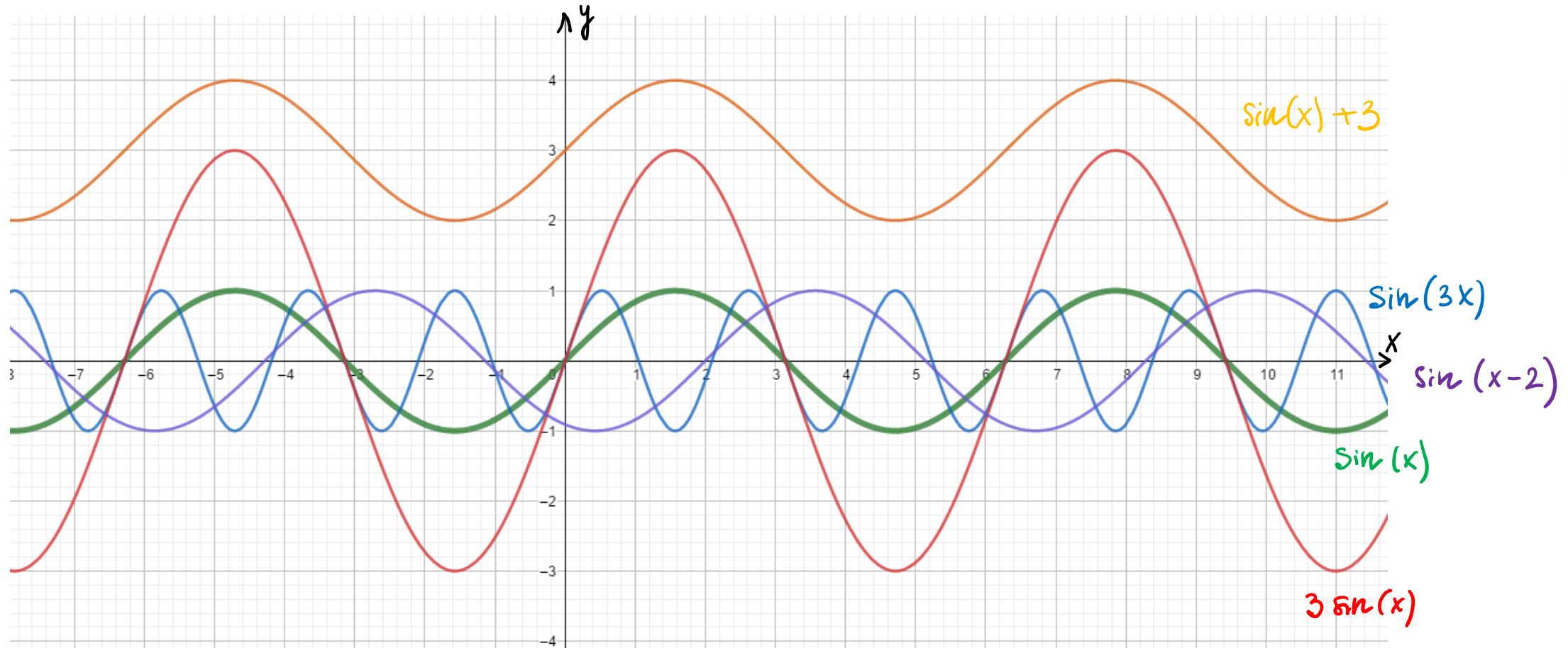
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Änderung der Koeffizienten in der Funktion



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

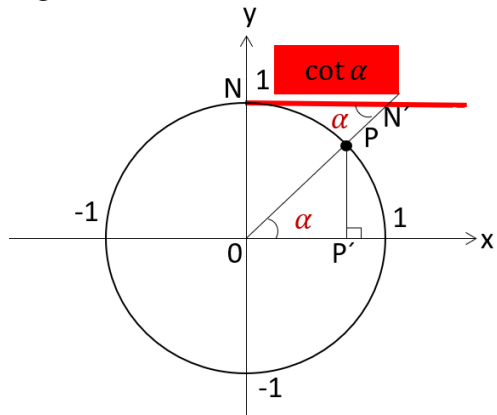
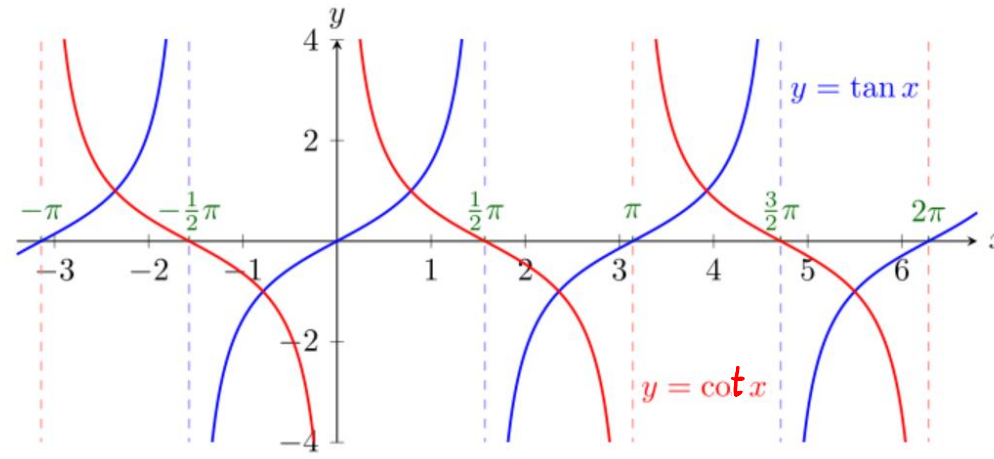
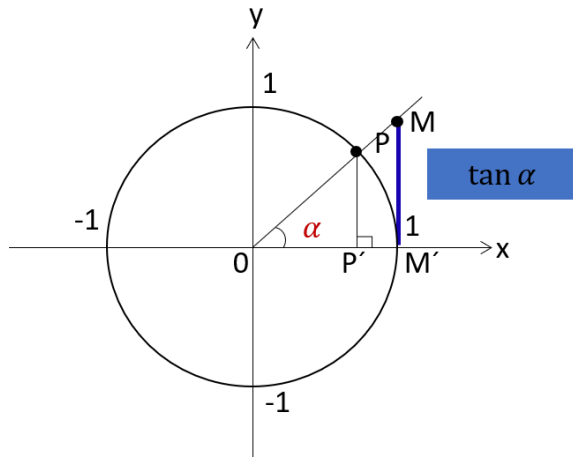
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

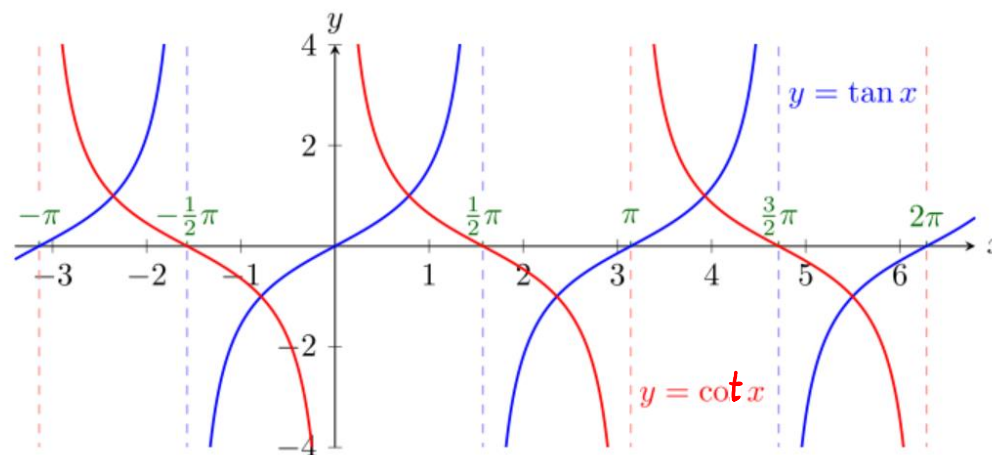
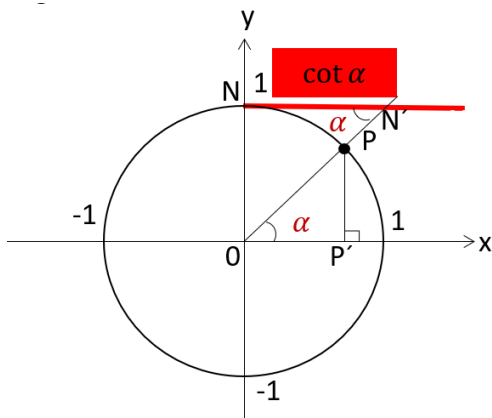
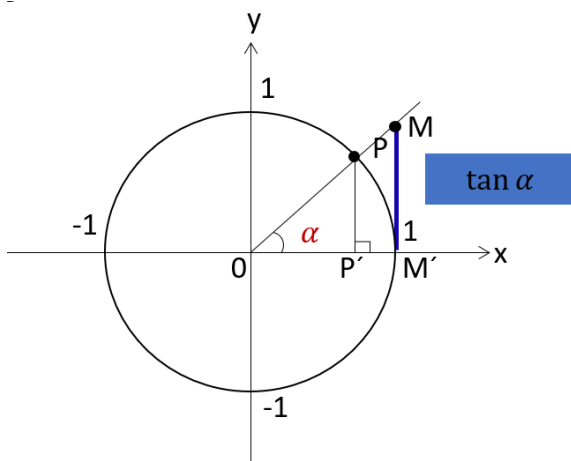
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Definition am Einheitskreis (für Winkel von 0 bis 360 Grad)

$$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\underline{\underline{1}}$$



Tangensfunktion

$$f(x) = \tan(x)$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$W_f = \mathbb{R}$$

$$\tan(-x) = -\tan(x)$$

ungerade $\rightarrow$ punktsymmetrisch

$$\text{Nullstellen: } k \cdot \pi; k \in \mathbb{Z}$$

Kotangensfunktion

$$f(x) = \cot(x)$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{\pi \cdot k; k \in \mathbb{Z}\}$$

$$W_f = \mathbb{R}$$

$$\cot(-x) = -\cot(x)$$

$\rightarrow$ punktsymmetrisch ungerade

$$\text{Nullstellen: } \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

Innovative
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Wichtige Zusammenhänge

Aus der Geometrie am Einheitskreis (kongruente Dreiecke) leiten wir folgende Beziehungen ab ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$):

$$\begin{aligned} \cos 2 &= \sin(90^\circ + 2) = \sin(90^\circ - 2) \\ \cos(30^\circ) &= \sin(120^\circ) = \sin(60^\circ) \\ \cos \frac{\pi}{6} &= \sin \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ \pm \alpha$
sin	$\cos(\alpha)$	$\mp \sin(\alpha)$	$-\cos(\alpha)$	$\pm \sin(\alpha)$
cos	$\mp \sin(\alpha)$	$-\cos(\alpha)$	$\pm \sin(\alpha)$	$\cos \alpha$
tan	$\mp \cot(\alpha)$	$\pm \tan(\alpha)$	$\mp \cot(\alpha)$	$\pm \tan(\alpha)$
cot	$\mp \tan(\alpha)$	$\pm \cot(\alpha)$	$\mp \tan(\alpha)$	$\pm \cot(\alpha)$

Lässt man mehrere Umläufe zu, so ergibt sich die **Periodizität** der Winkelfunktionen:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ), \\ \cos(\alpha) &= \cos(\alpha + k \cdot 360^\circ), \\ \tan(\alpha) &= \tan(\alpha + k \cdot 180^\circ), \\ \cot(\alpha) &= \cot(\alpha + k \cdot 180^\circ). \end{aligned}$$

→ $\sin x$ und $\cos x$ sind periodisch mit der Periode 2π

→ $\tan x$ und $\cot x$ sind periodisch mit der Periode π

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{17}{4}\pi\right) &= \sin\left(\frac{16+1}{4}\pi\right) \\ &= \sin\left(\left(\frac{16}{4} + \frac{1}{4}\right) \cdot \pi\right) \\ &= \sin\left(\underbrace{4\pi}_{2\pi} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Wichtige Zusammenhänge

$$\ln\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[n]{a})^n &= a \\ (\sqrt{a})^2 &= a \end{aligned}$$

Spezielle Werte (im Kopf behalten!)

$$2 = (\sqrt{2})^2$$

x	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0
$\tan x$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	n.d.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	n.d.
$\cot x$	n.d.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	n.d.	0

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

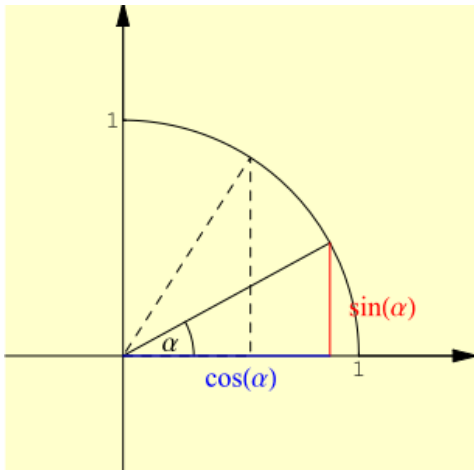
**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Wichtige Zusammenhänge

Trigonometrischer Satz des Pythagoras:



Wir entnehmen der Darstellung am Einheitskreis die wichtige Beziehung:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2(\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2(\alpha)$$

Daraus leiten wir folgende Tabelle von Umrechnungsformeln ($0 < \alpha < 90^\circ$) ab.

	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$
$\sin(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\sqrt{1 - (\cos(\alpha))^2}$
$\cos(\alpha)$	$\sqrt{1 - (\sin(\alpha))^2}$	$\cos(\alpha)$
$\tan(\alpha)$	$\frac{\sin(\alpha)}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha))^2}}$	$\frac{\sqrt{1 - (\cos(\alpha))^2}}{\cos(\alpha)}$
$\cot(\alpha)$	$\frac{\sqrt{1 - (\sin(\alpha))^2}}{\sin(\alpha)}$	$\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{1 - (\cos(\alpha))^2}}$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Wichtige Zusammenhänge

Additionstheoreme :

$$\begin{aligned}\sin(x_1 + x_2) &= \sin x_1 \cdot \cos x_2 + \cos x_1 \cdot \sin x_2 \\ \cos(x_1 + x_2) &= \cos x_1 \cdot \cos x_2 - \sin x_1 \cdot \sin x_2\end{aligned}$$

Beispiel 1:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$$

Beispiel 2:

$$\sin(2x) = \sin(x + x) = \sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

Doppelwinkelfunktionen

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x \qquad \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
0°	0	1	0	$\pm \infty$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
90°	1	0	$\pm \infty$	0
180°	0	-1	0	$\pm \infty$
270°	-1	0	$\pm \infty$	0



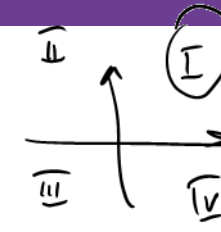
Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.8 Trigonometrische Funktionen

Umkehrfunktionen



Hochschule
Osnabrück
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Umkehrfunktion zu

$$y = \sin x \quad W_f = [-1, 1]$$

mit $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$:

$$y = \arcsin x \text{ mit } x \in [-1; 1] = 0 \quad \sin^{-1}$$

Umkehrfunktion zu

$$y = \cos x$$

mit $x \in [0; \pi]$:

$$y = \arccos x \text{ mit } x \in [-1; 1] \quad \cos^{-1}$$

Umkehrfunktion zu

$$y = \tan x$$

mit $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$:

$$y = \arctan x \text{ mit } x \in \mathbb{R} \quad \tan^{-1}$$

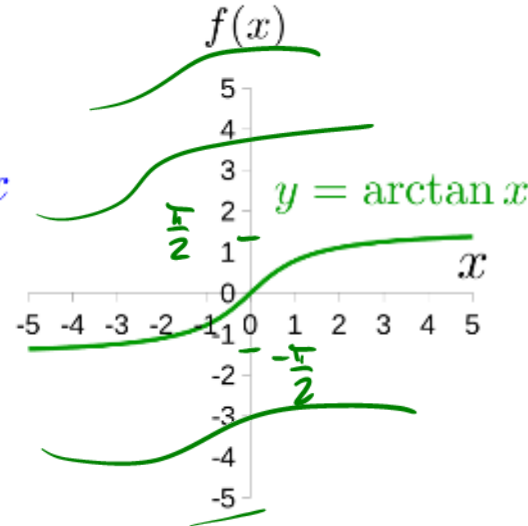
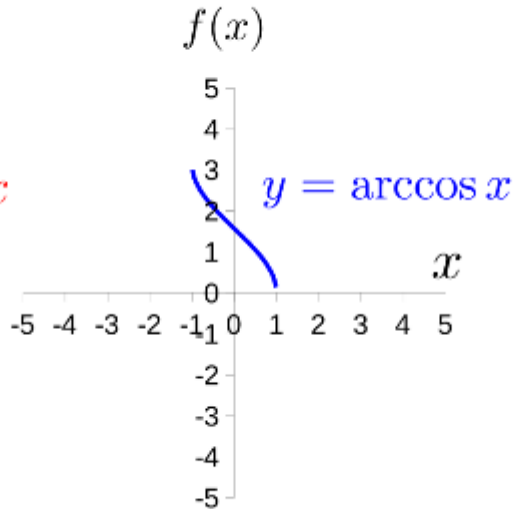
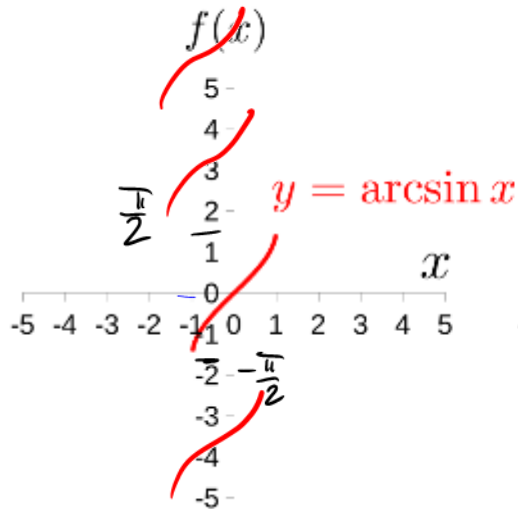
$$\arctan(-1) = -\arctan(1) = -\frac{\pi}{4}$$

Beispiel:

$$\sin x = 0,5$$

$$\Rightarrow x = \arcsin 0,5 = \frac{\pi}{6}$$

→ Im Taschenrechner:
Taste $\sin^{-1}$



10.8 Trigonometrische Funktionen

Sinuskreuz - Kosinuskreuz

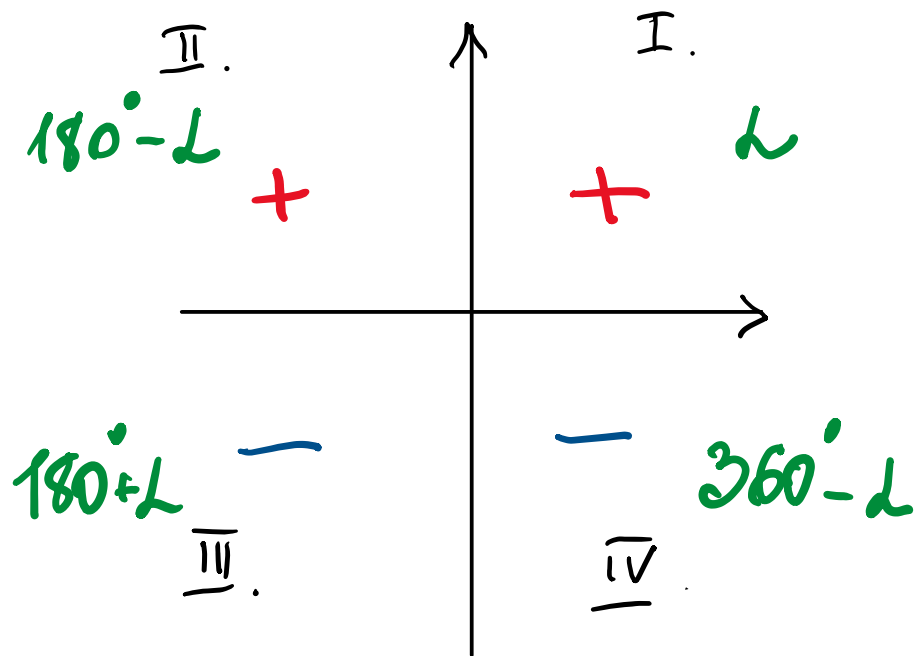


Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

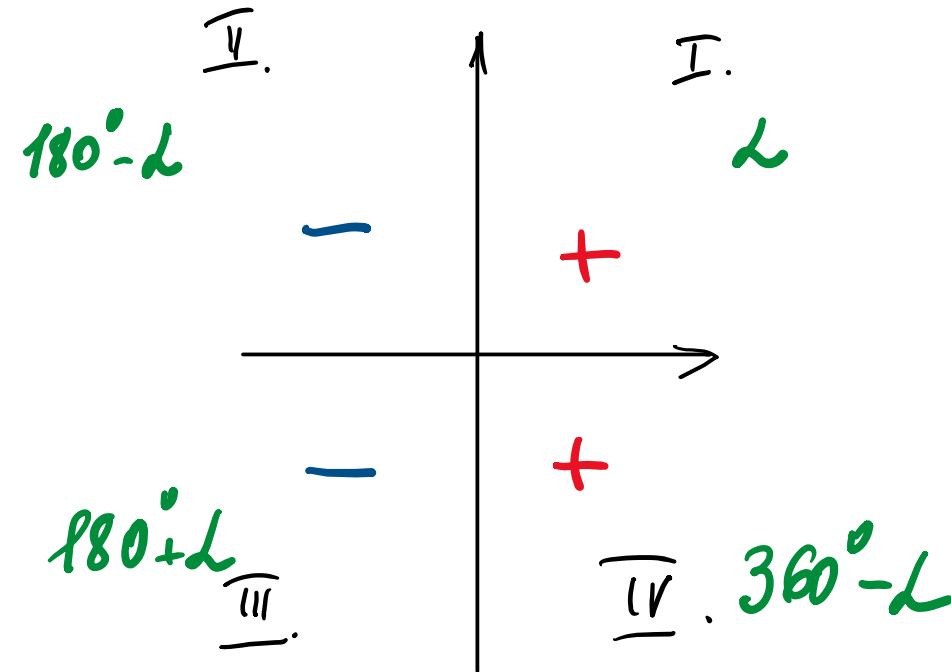
ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Sinuskreuz



Kosinuskreuz



Beispiel: $\sin 104^\circ = \sin(180^\circ - 76^\circ) = \sin 76^\circ$