

# Übersicht

1. Rechengesetze
2. Elementare Gleichungen
3. Anordnung und Betrag
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. Funktionen
11. Ungleichungen
12. **Elementargeometrie**
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe

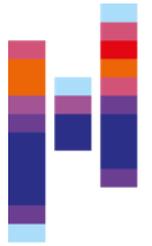


**Hochschule  
Flensburg**  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative  
Hochschule**  
Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern

# 12. Elementargeometrie



**Hochschule  
Flensburg**  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

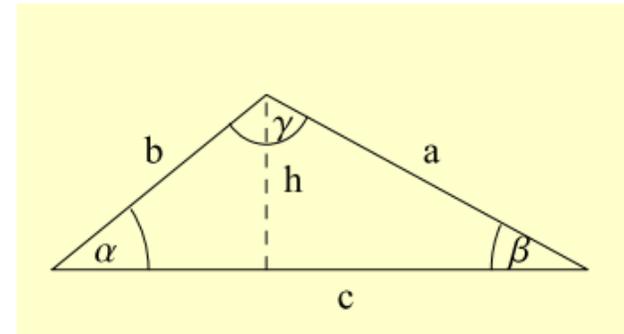
**Innovative  
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern



- ▶ Quadrat mit der Kantenlänge  $a$ :  $A = a^2$
- ▶ Rechteck mit den Seiten  $a$  und  $b$ :  $A = a \cdot b$
- ▶ Dreieck mit der Grundseite  $g$  und der Höhe  $h$ :  $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$   
oder  $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  mit  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Heron'sche Flächenformel



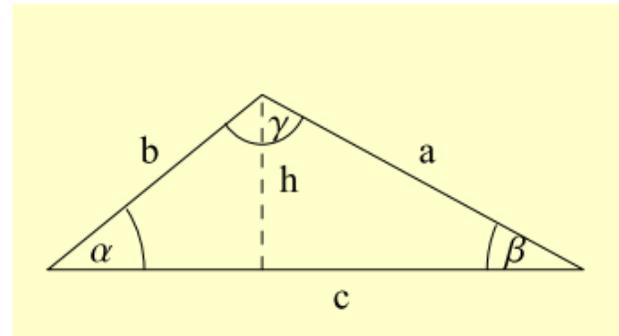
## 13.2 Sinussatz

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Die Winkelsumme im Dreieck ist gleich 180°.

In einem beliebigen Dreieck verhalten sich zwei Seiten eines Dreiecks wie die Sinuswerte ihrer Gegenwinkel:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}; \frac{c}{\sin \gamma}; \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



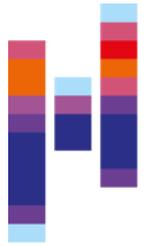
Hochschule  
Flensburg  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative**  
Hochschule

Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern

## 13.3 Kosinussatz



$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  Die Winkelsumme im Dreieck ist gleich  $180^\circ$ .

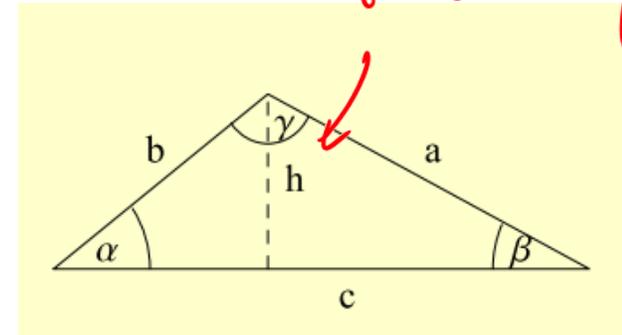
In einem beliebigen Dreieck ist das Quadrat einer Dreiecksseite gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten, vermindert um das doppelte Produkt aus beiden Seiten und dem Kosinus des eingeschlossenen Winkels:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha),$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta),$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma).$$

Pythagoras:  $\gamma = 90^\circ \Rightarrow \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow$



$$\gamma = \arccos\left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab}\right)$$

**Beispiel:** Ein Dreieck hat die Seitenlängen  $a = 9, b = 3,5, c = 7$ . Man berechne die Kosinus der Winkel in dem Dreieck.

## 12.4 Strahlensätze

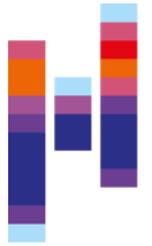
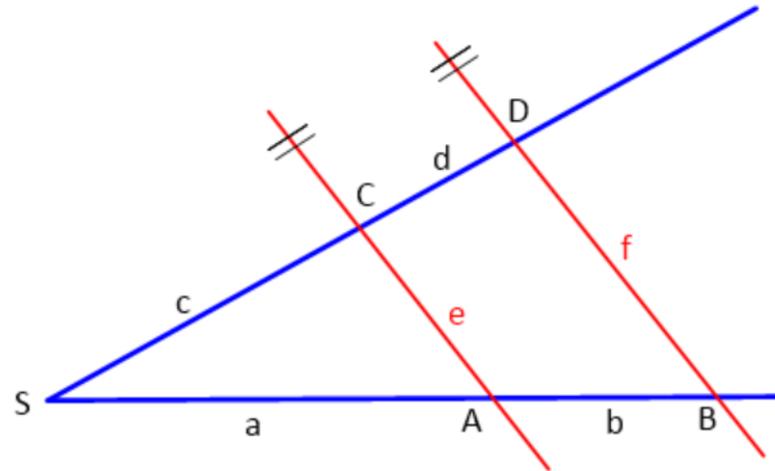
Werden zwei von einem gemeinsamen Punkt  $S$  ausgehende Strahlen von Parallelen geschnitten, so gilt:

- 1) Die Abschnitte auf dem einen Strahl verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}; \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- 2) Die Abschnitte auf den beiden Parallelen verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf einem Strahl vom Punkt  $S$  aus gemessen:

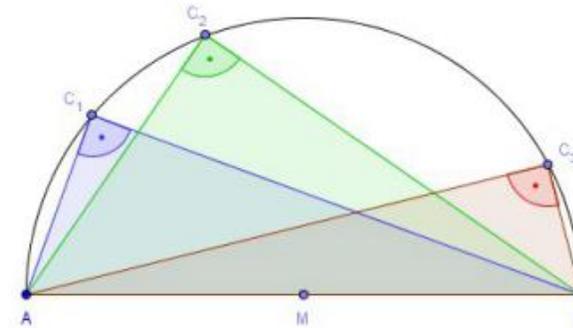
$$\frac{e}{f} = \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$



## 13.5 Sätze über das rechtwinklige Dreieck

**Satz des Thales**

Der Satz des Thales sagt aus, dass jedes Dreieck, welches aus den beiden Endpunkten des Durchmessers eines Halbkreises (Thaleskreis) und einem weiteren Punkt dieses Halbkreises konstruiert wird, **rechtwinklig** ist. Dabei ist immer der Winkel auf dem **Halbkreisbogen** rechtwinklig.

**Satz des Pythagoras**

“In einem **rechtwinkligem** Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypothenusenquadrat.“

*Dieser Satz gilt auch in seiner Umkehrung:*

“Wenn in einem Dreieck die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypothenusenquadrat ist, ist das Dreieck rechtwinklig.“

“Wenn in einem Dreieck mit den Seitenlängen  $a$ ,  $b$ ,  $c$

$a^2 + b^2 = c^2$  oder  $a^2 + c^2 = b^2$  oder  $b^2 + c^2 = a^2$  gilt, ist das Dreieck **rechtwinklig**.



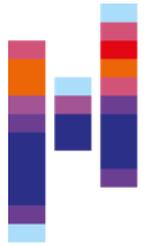
Hochschule  
Flensburg  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative  
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern

## 13.5 Sätze über das rechtwinklige Dreieck

**Höhensatz**

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

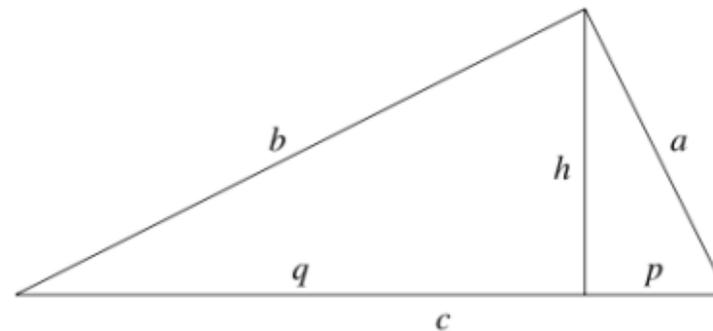
$$h^2 = p \cdot q$$

Dabei ist  $h$  die Höhe des Dreiecks,  $p$  und  $q$  sind die Hypotenusenabschnitte der Hypotenuse  $c = p + q$ .

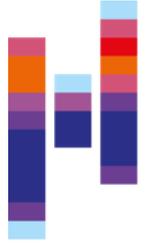
**Kathetensatz**

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$a^2 = c \cdot p \text{ und } b^2 = c \cdot q$$



## 13.6 Kongruente Dreiecke



Hochschule  
Flensburg  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative  
Hochschule**

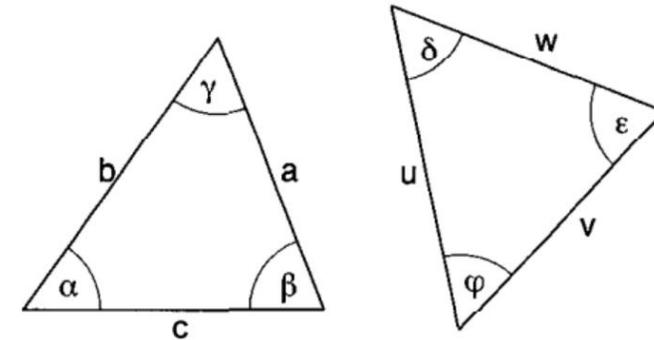
Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern

Zwei ebene Figuren heißen **kongruent** oder **deckungsgleich**, wenn sie in allen Bestimmungstücken übereinstimmen.

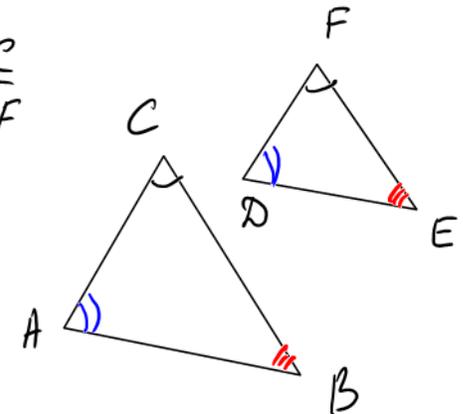
#### Vier Kongruenzsätze für Dreiecke:

Zwei Dreiecke sind **kongruent** wenn sie in

1. drei Seiten oder **SSS** SWS
2. zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel oder
3. zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüber liegenden Winkel oder **SSW**
4. einer Seite und zwei Winkeln übereinstimmen. **WSW**



$$\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

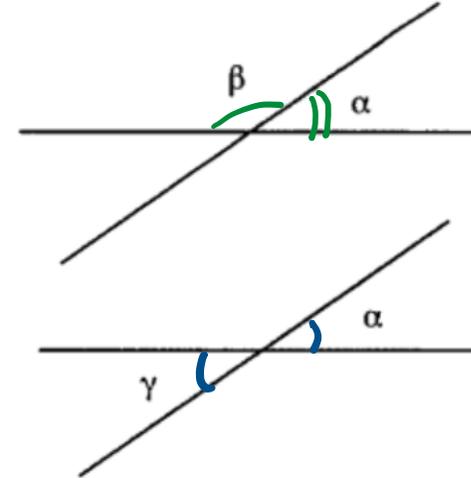


Zwei Dreiecke ABC und DEF heißen **ähnlich**, wenn ihre Winkel paarweise gleich sind.  
**Ähnliche** Dreiecke stimmen in Verhältnis ihrer Seitenlängen überein.

Neben- und Scheitelwinkel:

$$\beta + \alpha = 180^\circ$$

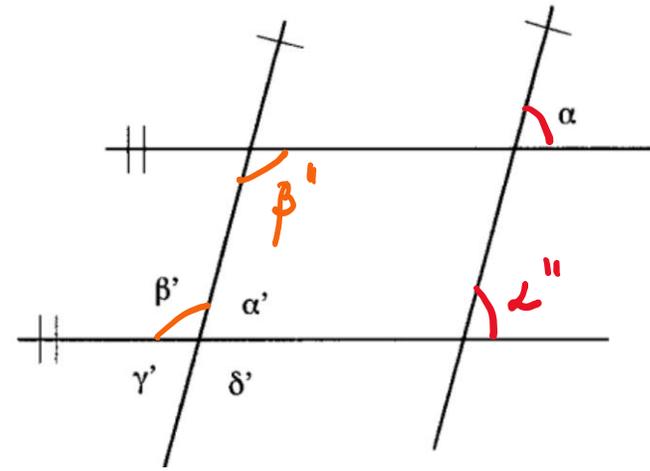
$$\alpha = \gamma$$



Parallelwinkel:

$\alpha = \alpha''$  „Stufenwinkel“

$\beta' = \beta''$  „Wechselwinkel“



Hochschule  
Flensburg  
University of  
Applied Sciences

ausgezeichnet als:



**Innovative  
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative  
von Bund und Ländern