

Übersicht

1. Rechengesetze
2. Elementare Gleichungen
3. Anordnung und Betrag
4. Potenzen
5. Quadratische Gleichungen
6. Wurzelgleichungen
7. Gleichungen n-ten Grades
8. Logarithmen
9. Lineare Gleichungssysteme
10. **Funktionen**
11. Ungleichungen
12. Elementargeometrie
13. Vektoren – Grundbegriffe
14. Ableitung – Grundbegriffe
15. Integral – Grundbegriffe

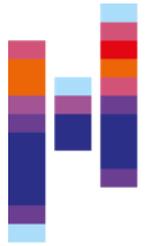


**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10. Funktionen

- 10.1 Funktionsbegriff
- 10.2 Lineare Funktionen (Geraden)
- 10.3 Quadratische Funktionen (Parabeln)
- 10.4 Ganzrationale Funktionen
- 10.5 Gebrochenrationale Funktionen
- 10.6 Die Exponentialfunktion
- 10.7 **Die Logarithmusfunktion**
- 10.8 Trigonometrische Funktionen



**Hochschule
Flensburg**
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule** 
Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

10.7 Die Logarithmusfunktion

Eigenschaften

Die **Umkehrfunktion** zur Exponentialfunktion $a^y = x$ heißt **Logarithmus zur Basis a** :

$$f(x) = \log_a x, \quad x > 0 \text{ und } a > 0, a \neq 1$$

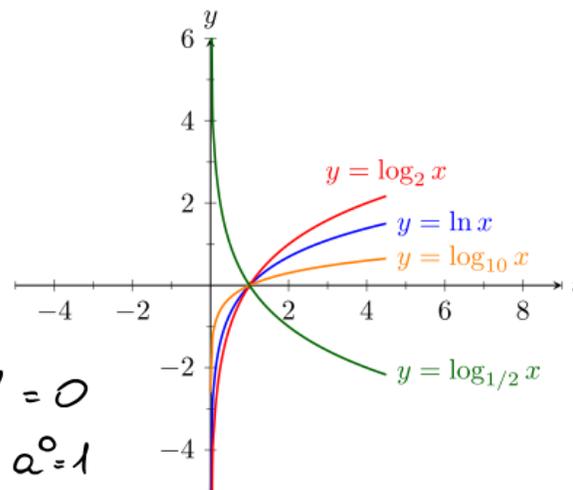
Alle Logarithmusfunktionen:

- sind unbeschränkt, $D = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$, $W = \mathbb{R}$
- haben den Punkt $(1 | 0)$ als einzige **Nullstelle** gemeinsam
- nähern sich für $x \rightarrow 0$ asymptotisch der y -Achse an
- sind
 - für $0 < a < 1$: streng monoton fallend
 - und für $a > 1$: streng monoton steigend
- Für das Grenzwertverhalten der Logarithmusfunktion gilt:

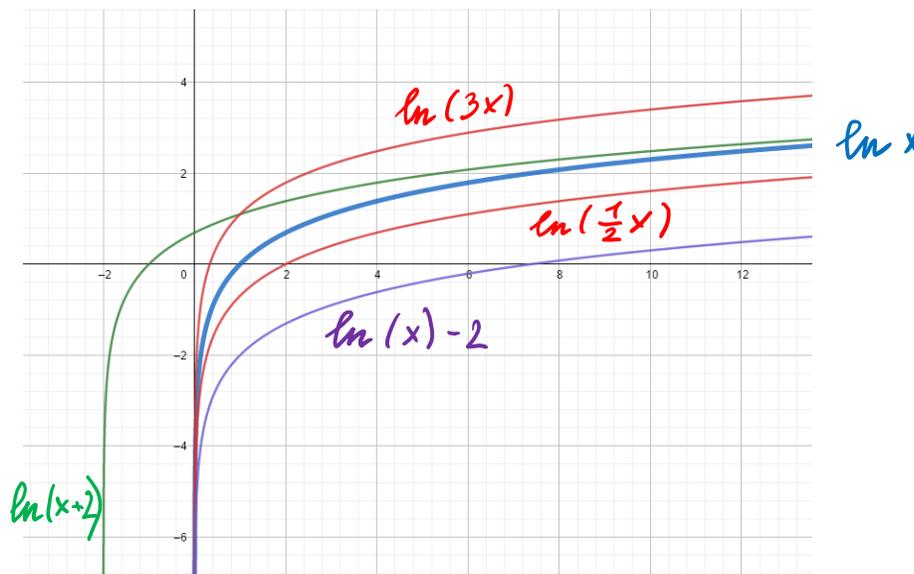
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_a x = \begin{cases} \infty; a > 1 \\ -\infty; 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \log_a x = \begin{cases} -\infty, a > 1 \\ \infty, 0 < a < 1 \end{cases}$$

~~$\lim_{x \rightarrow -\infty}$~~



$\log_a 1 = 0$
weil $a^0 = 1$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:



Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Info: Umkehrbare Funktionen

Definition: Eine Funktion f mit **Definitionsbereich D** und **Wertebereich W** heißt **umkehrbar**, wenn zu **jedem Funktionswert y aus W** genau ein **Argumentwert x aus D** gehört.

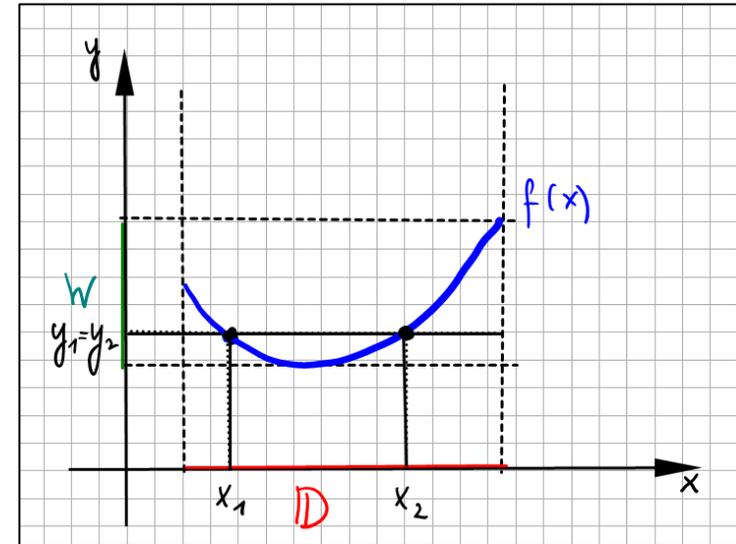
$$f: D \rightarrow W_f \Leftrightarrow f^{-1}: W_f \rightarrow D$$

Die Funktion f^{-1} , welche den Elementen von W eindeutig die Elemente von D zuordnet, heißt **Umkehrfunktion** der Funktion f .

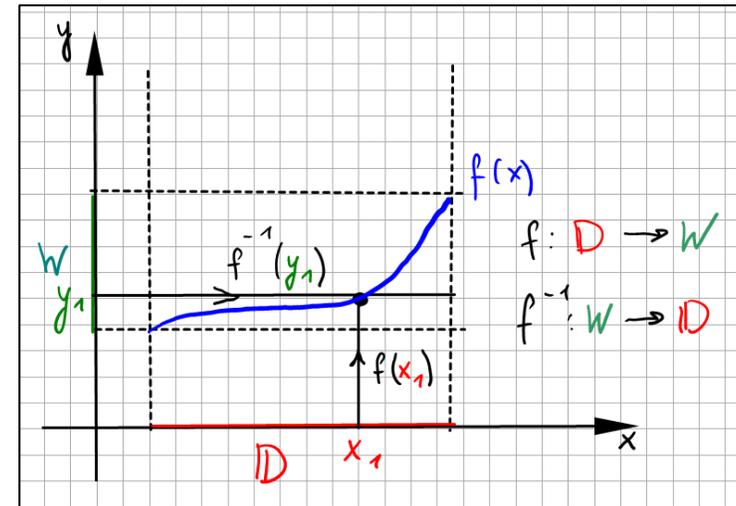
Funktion $y = f(x)$ und Umkehrfunktion $x = f^{-1}(y)$ besitzen dasselbe Schaubild, nur die Zuordnungsrichtung ist geändert.

Die Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$ einer umkehrbaren Funktion $f(x)$ erhält man in 2 Schritten:

- Löse die Gleichung $y = f(x)$ nach x auf $\Rightarrow x = f^{-1}(y)$
- Vertausche die Zeichen x und $y \Rightarrow y = f^{-1}(x)$



Nicht umkehrbar: $f(x_1) = f(x_2)$



umkehrbar: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Info: Umkehrbare Funktionen

Das Schaubild wird an der 1. Winkelhalbierenden $y = x$ gespiegelt:

Dem Kurvenpunkt $(a|b)$ der Funktion $y = f(x)$ entspricht der Kurvenpunkt $(b|a)$ der Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$.

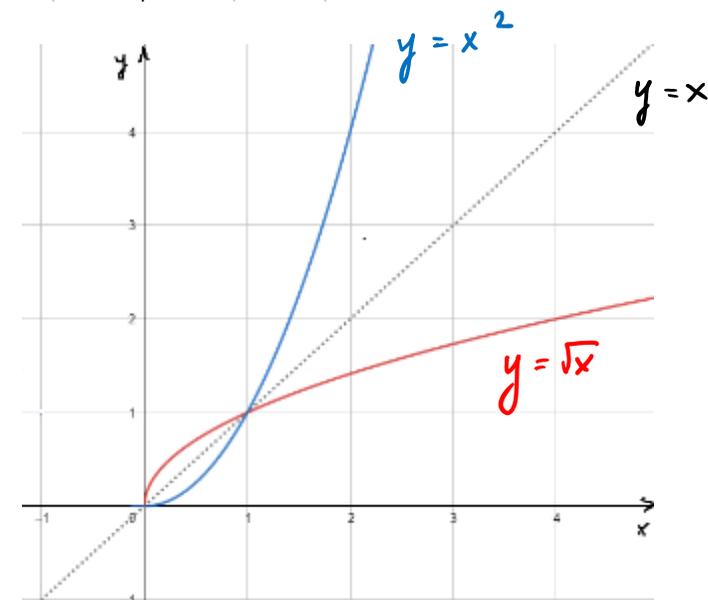
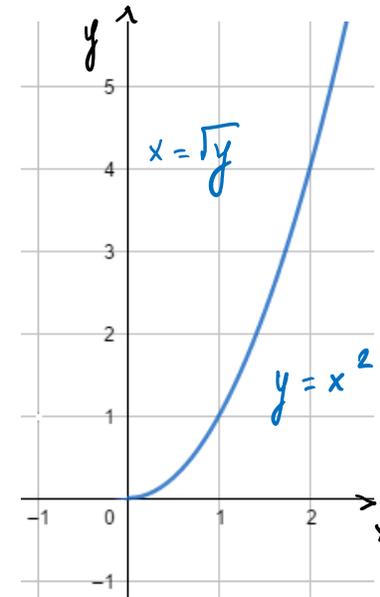
Beispiel: $f(x): y = x^2$ mit $x = \begin{cases} x \in D_f = [0, 2] \\ y \in W_f = [0, 4] \end{cases}$

a) Auflösen nach x (\rightarrow Änderung der Zuordnungsrichtung)

$$\Rightarrow f^{-1}(y): x = \sqrt{y} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} y \in D_{f^{-1}} = W_f = [0, 4] \\ x \in W_{f^{-1}} = D_f = [0, 2] \end{cases}$$

b) vertauschen von x und y (\rightarrow übliche Bezeichnung: Argument x)

$$\Rightarrow f^{-1}(x): y = \sqrt{x} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} x \in D_{f^{-1}} = [0, 4] \\ y \in W_{f^{-1}} = [0, 2] \end{cases}$$



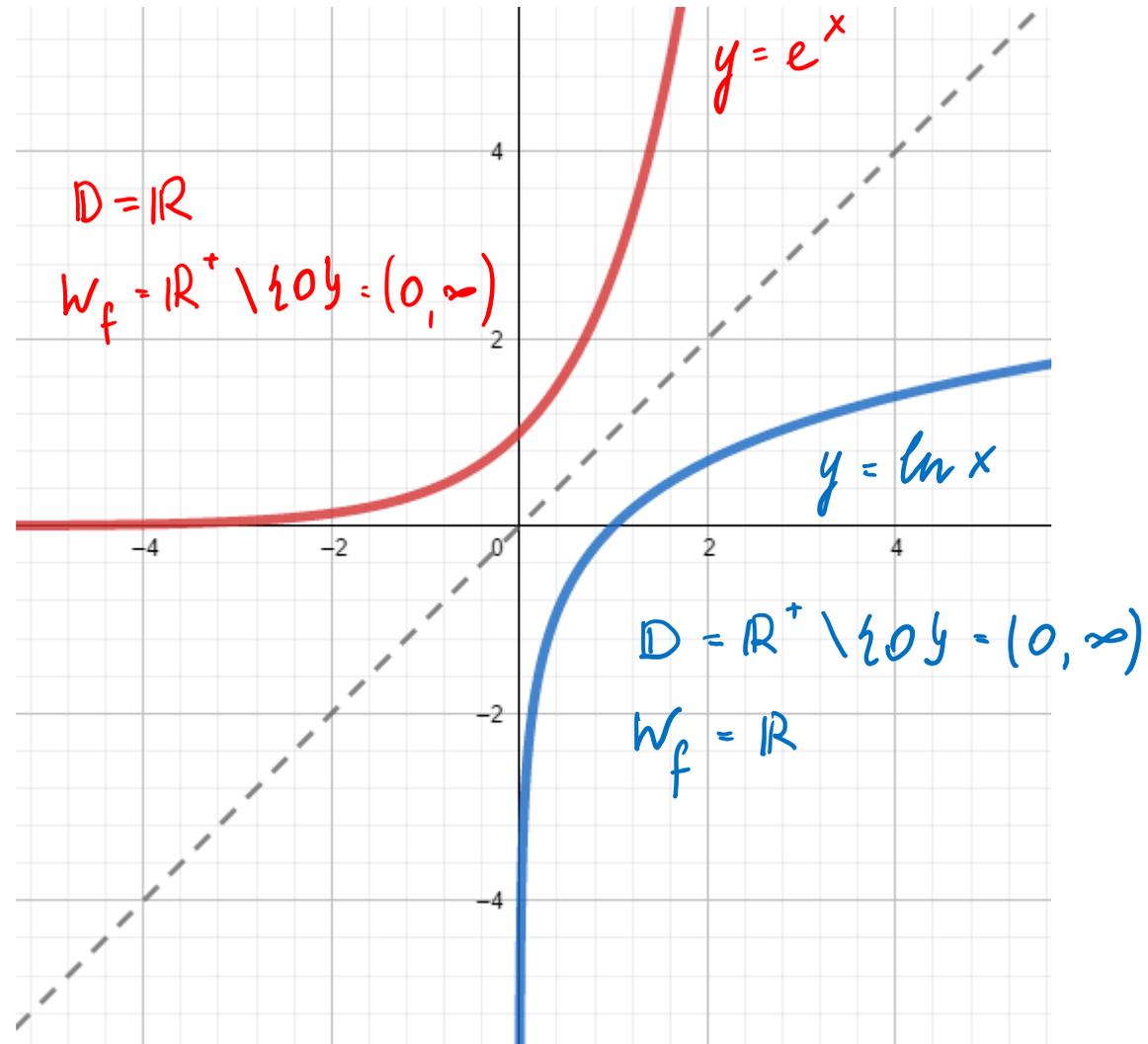
Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern

Info: Umkehrbare Funktionen



Hochschule
Flensburg
University of
Applied Sciences

ausgezeichnet als:

**Innovative
Hochschule**

Eine gemeinsame Initiative
von Bund und Ländern